

Funkce a základní pojmy popisující jejich chování

Pro zobrazení z reálných čísel do reálných čísel se používá termín **reálná funkce reálné proměnné**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce a základní pojmy popisující jejich chování

Pro zobrazení z reálných čísel do reálných čísel se používá termín **reálná funkce reálné proměnné**.



Protože jen výjimečně budou v této části použity jiné proměnné nebo hodnoty než reálná čísla, bude se pro tato zobrazení používat zkrácený termín **funkce**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce f bude v této části znamenat zobrazení nějaké neprázdné podmnožiny $D \subset \mathbb{R}$ do \mathbb{R} , tj. předpis, který přiřazuje každému $x \in D$ přesně jedno reálné číslo $f(x)$. ↓

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

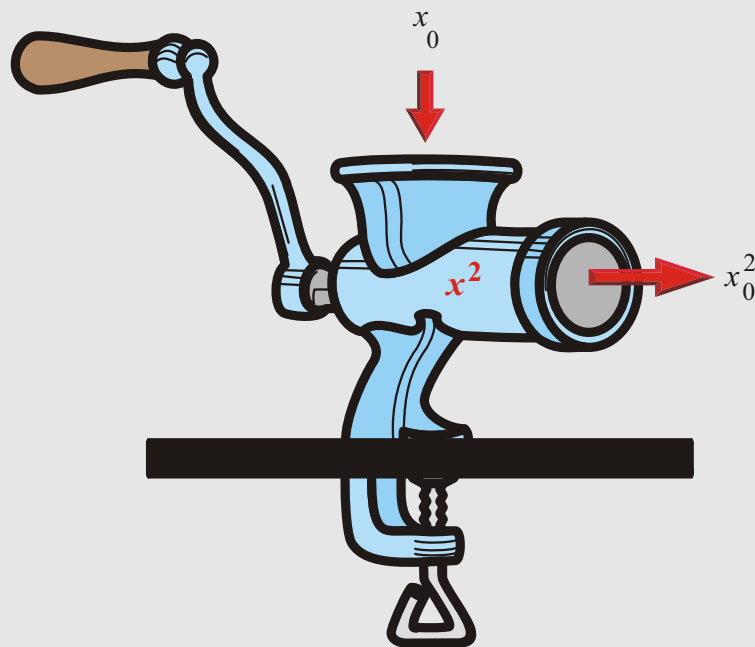
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce f bude v této části znamenat zobrazení nějaké neprázdné podmnožiny $D \subset \mathbb{R}$ do \mathbb{R} , tj. předpis, který přiřazuje každému $x \in D$ přesně jedno reálné číslo $f(x)$. ↓



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

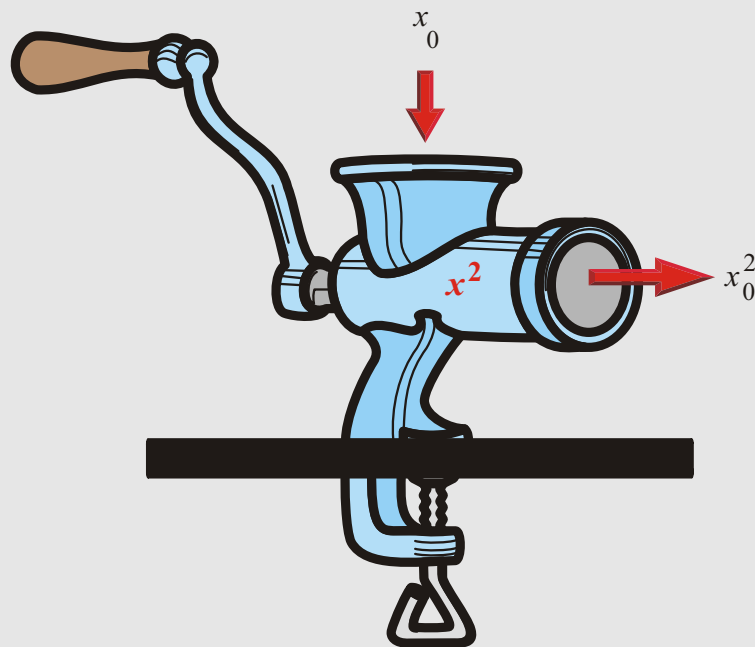
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 1 Příklady 1 Otázky 1

Funkce f bude v této části znamenat zobrazení nějaké neprázdné podmnožiny $D \subset \mathbb{R}$ do \mathbb{R} , tj. předpis, který přiřazuje každému $x \in D$ přesně jedno reálné číslo $f(x)$. ↓



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 1 Příklady 1 Otázky 1

Množina D z definice funkce se nazývá **definiční obor** dané funkce (značí se $\mathcal{D}(f)$), čísla z D jsou (nezávisle) **proměnné**, příslušná přiřazená čísla jsou **hodnoty** (též nazývané závisle proměnné).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Množina D z definice funkce se nazývá **definiční obor** dané funkce (značí se $\mathcal{D}(f)$), čísla z D jsou (nezávisle) **proměnné**, příslušná přiřazená čísla jsou **hodnoty** (též nazývané závisle proměnné).



Množina všech hodnot dané funkce se nazývá její **obor hodnot**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Množina D z definice funkce se nazývá **definiční obor** dané funkce (značí se $\mathcal{D}(f)$), čísla z D jsou (nezávisle) **proměnné**, příslušná přiřazená čísla jsou **hodnoty** (též nazývané závisle proměnné).



Množina všech hodnot dané funkce se nazývá její **obor hodnot**.



Definiční obor a obor hodnot - to je základ.

[Poznámky 2](#) [Příklady 2](#) [Otázky 2](#)

DEFINICE. Mějme funkci $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ s definičním oborem D . Množina všech bodů v rovinném (x,y) -souřadnicovém systému, které mají souřadnice $(x, f(x))$, kde $x \in D$, se nazývá **grafem** funkce f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Množina D z definice funkce se nazývá **definiční obor** dané funkce (značí se $\mathcal{D}(f)$), čísla z D jsou (nezávisle) **proměnné**, příslušná přiřazená čísla jsou **hodnoty** (též nazývané závisle proměnné).



Množina všech hodnot dané funkce se nazývá její **obor hodnot**.



Definiční obor a obor hodnot - to je základ.

[Poznámky 2](#) [Příklady 2](#) [Otázky 2](#)

DEFINICE. Mějme funkci $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ s definičním oborem D . Množina všech bodů v rovinném (x,y) -souřadnicovém systému, které mají souřadnice $(x, f(x))$, kde $x \in D$, se nazývá **grafem** funkce f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

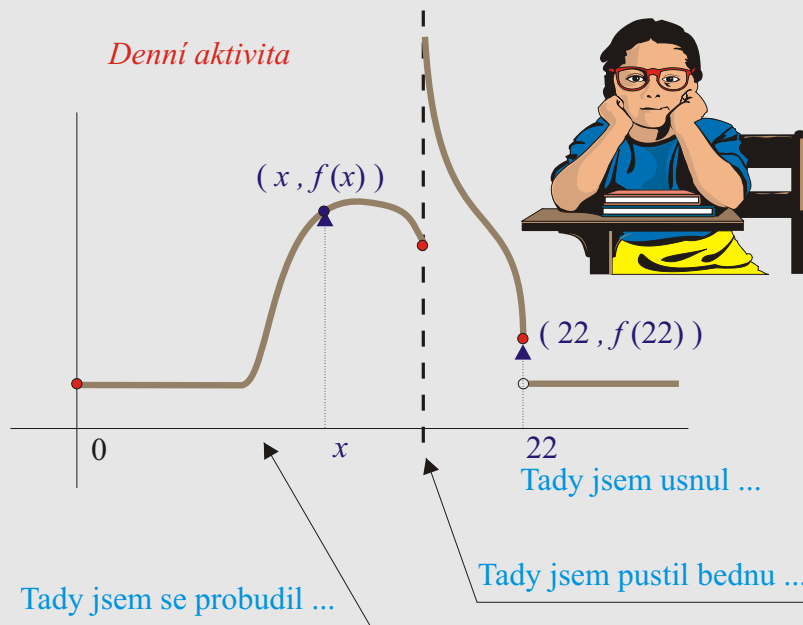
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Poznámky 3 Příklady 3 Otázky 3

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

VLASTNOSTI FUNKCÍ

V této části budou zavedeny některé vlastnosti funkcí, které se hodí pro vyšetřování jejich průběhu. Vlastnosti jsou rozděleny podle použitých vlastností reálných čísel (aritmické, uspořádání).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

VLASTNOSTI FUNKCÍ

V této části budou zavedeny některé vlastnosti funkcí, které se hodí pro vyšetřování jejich průběhu. Vlastnosti jsou rozděleny podle použitých vlastností reálných čísel (aritmetické, uspořádání).



Vlastnosti jsou zpravidla vidět na grafu funkce. Pokud graf nemáme, musíme se více snažit.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití aritmetických vlastností

V tomto případě se využívá aritmetických vlastností \mathbb{R} (opačného prvku $-x$ k x a operace sčítání).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití aritmetických vlastností

V tomto případě se využívá aritmetických vlastností \mathbb{R} (opačného prvku $-x$ k x a operace sčítání).



Začneme se souměrnými grafy.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f se nazývá **sudá** (nebo **lichá**), jestliže její definiční obor je symetrický kolem 0 (tj. $x \in \mathcal{D}(f)$ právě když $-x \in \mathcal{D}(f)$) a $f(-x) = f(x)$ (nebo $f(-x) = -f(x)$, resp.) pro všechna $x \in \mathcal{D}(f)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f se nazývá **sudá** (nebo **lichá**), jestliže její definiční obor je symetrický kolem 0 (tj. $x \in \mathcal{D}(f)$ právě když $-x \in \mathcal{D}(f)$) a $f(-x) = f(x)$ (nebo $f(-x) = -f(x)$, resp.) pro všechna $x \in \mathcal{D}(f)$.



Graf sudé funkce je symetrický podle osy y .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

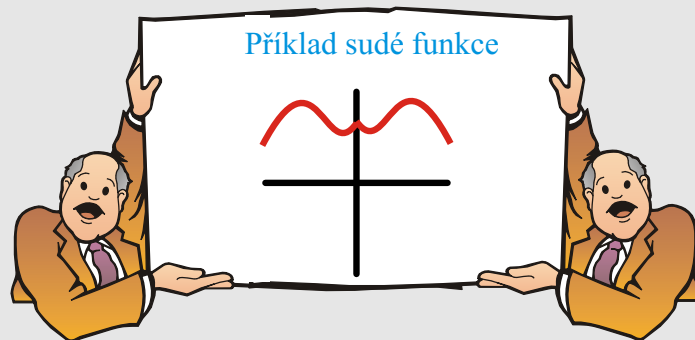
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



A zrovinka lichý počet ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

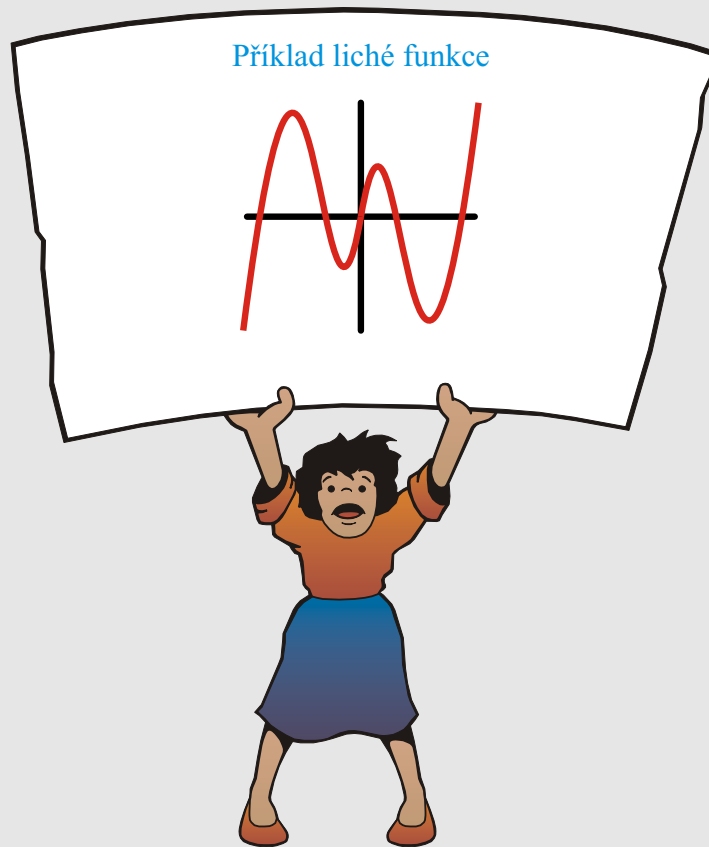
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9





LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf liché funkce je symetrický podle počátku.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f definovaná na \mathbb{R} se nazývá **periodická**, jestliže existuje $p \in (0, +\infty)$ (nazývané **perioda**) tak, že $f(x + p) = f(x)$ pro každé $x \in \mathbb{R}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f definovaná na \mathbb{R} se nazývá **periodická**, jestliže existuje $p \in (0, +\infty)$ (nazývané **perioda**) tak, že $f(x + p) = f(x)$ pro každé $x \in \mathbb{R}$.



Graf periodické funkce f s periodou p na intervalu $[np, (n + 1)p]$, $n \in \mathbb{Z}$, vznikne posunutím grafu f na intervalu $[0, p]$ o np na ose x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Při vyšetřování sudých, lichých nebo periodických funkcí není nutné vyšetřovat celý definiční obor, stačí se omezit na nezáporná čísla a u periodických funkcí s kladnou periodou p jen na interval $[0, p]$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Při vyšetřování sudých, lichých nebo periodických funkcí není nutné vyšetřovat celý definiční obor, stačí se omezit na nezáporná čísla a u periodických funkcí s kladnou periodou p jen na interval $[0, p]$.



Vypadá to vcelku snadno.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Při vyšetřování sudých, lichých nebo periodických funkcí není nutné vyšetřovat celý definiční obor, stačí se omezit na nezáporná čísla a u periodických funkcí s kladnou periodou p jen na interval $[0, p]$.



Vypadá to vcelku snadno.



Já definici periodické funkce periodicky zapomínám.

Poznámky 4 Příklady 4 Otázky 4

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání na \mathbb{R}



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání na \mathbb{R}



DEFINICE. Funkce f definovaná na intervalu I se nazývá **rostoucí** (nebo **klesající**, nebo **neklesající**, nebo **nerostoucí**), jestliže $f(x) < f(y)$ (nebo $f(x) > f(y)$, nebo $f(x) \leq f(y)$, nebo $f(x) \geq f(y)$, resp.) jakmile $x, y \in \mathcal{D}(f)$, $x < y$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

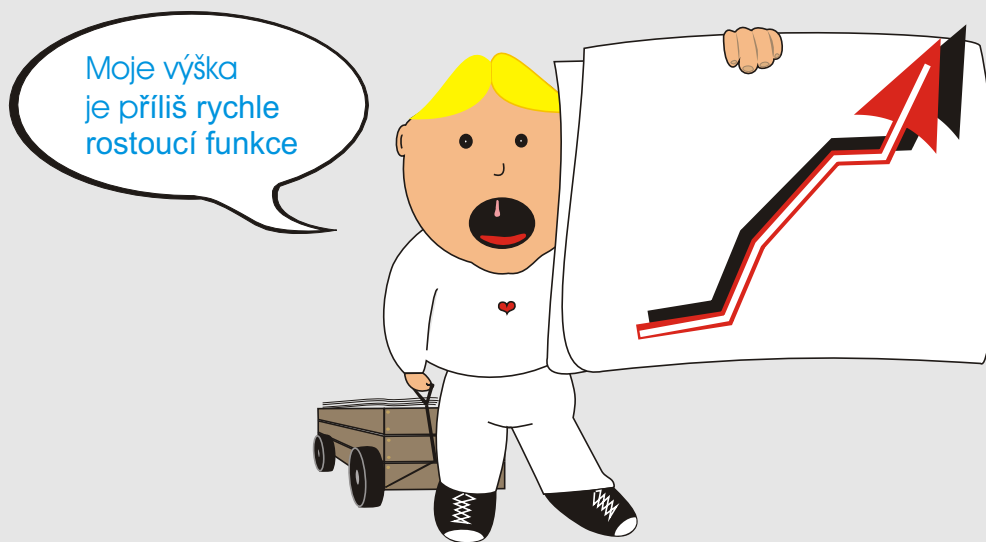
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání na \mathbb{R}



DEFINICE. Funkce f definovaná na intervalu I se nazývá **rostoucí** (nebo **klesající**, nebo **neklesající**, nebo **nerostoucí**), jestliže $f(x) < f(y)$ (nebo $f(x) > f(y)$, nebo $f(x) \leq f(y)$, nebo $f(x) \geq f(y)$, resp.) jakmile $x, y \in \mathcal{D}(f), x < y$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

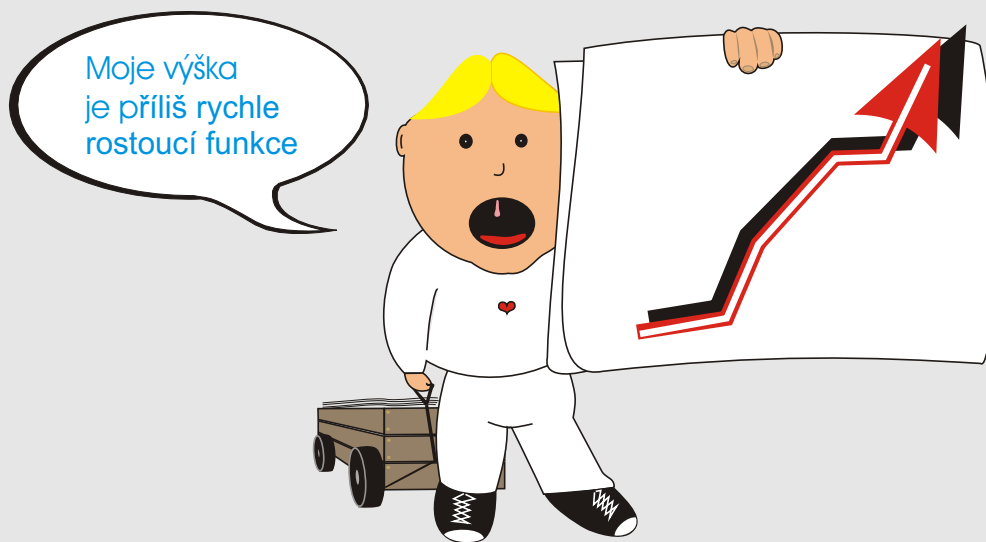
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání na \mathbb{R}



DEFINICE. Funkce f definovaná na intervalu I se nazývá **rostoucí** (nebo **klesající**, nebo **neklesající**, nebo **nerostoucí**), jestliže $f(x) < f(y)$ (nebo $f(x) > f(y)$, nebo $f(x) \leq f(y)$, nebo $f(x) \geq f(y)$, resp.) jakmile $x, y \in \mathcal{D}(f), x < y$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Na intervalu $[0, 18]$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce, která je rostoucí nebo klesající, se nazývá **ryze monotónní**; funkce, která je neklesající nebo nerostoucí, se nazývá **monotónní**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

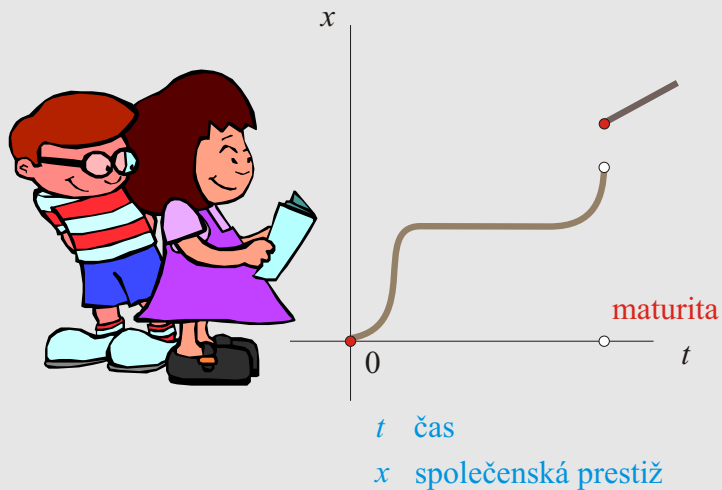
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce, která je rostoucí nebo klesající, se nazývá **ryze monotónní**; funkce, která je neklesající nebo nerostoucí, se nazývá **monotónní**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf rostoucí (nebo neklesající, klesající, nerostoucí) funkce stoupá (resp. neklesá, klesá, neroste) ve směru kladné osy x . Graf monotónní funkce může být na nějaké části definičního oboru konstantní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

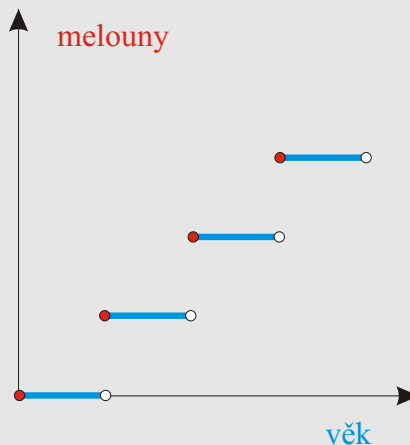
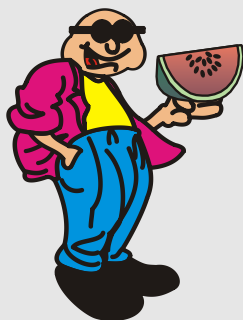
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf rostoucí (nebo neklesající, klesající, nerostoucí) funkce stoupá (resp. neklesá, klesá, neroste) ve směru kladné osy x . Graf monotónní funkce může být na nějaké části definičního oboru konstantní.

S platem jsem nikdy neklesl ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Říkáme, že funkce f je **omezená** (nebo **shora omezená**, nebo **zdola omezená**), jestliže její obor hodnot má uvedenou vlastnost, tj. existuje číslo k tak, že $|f(x)| \leq k$ (nebo $f(x) \leq k$, nebo $f(x) \geq k$, resp.) pro všechna $x \in \mathcal{D}(f)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

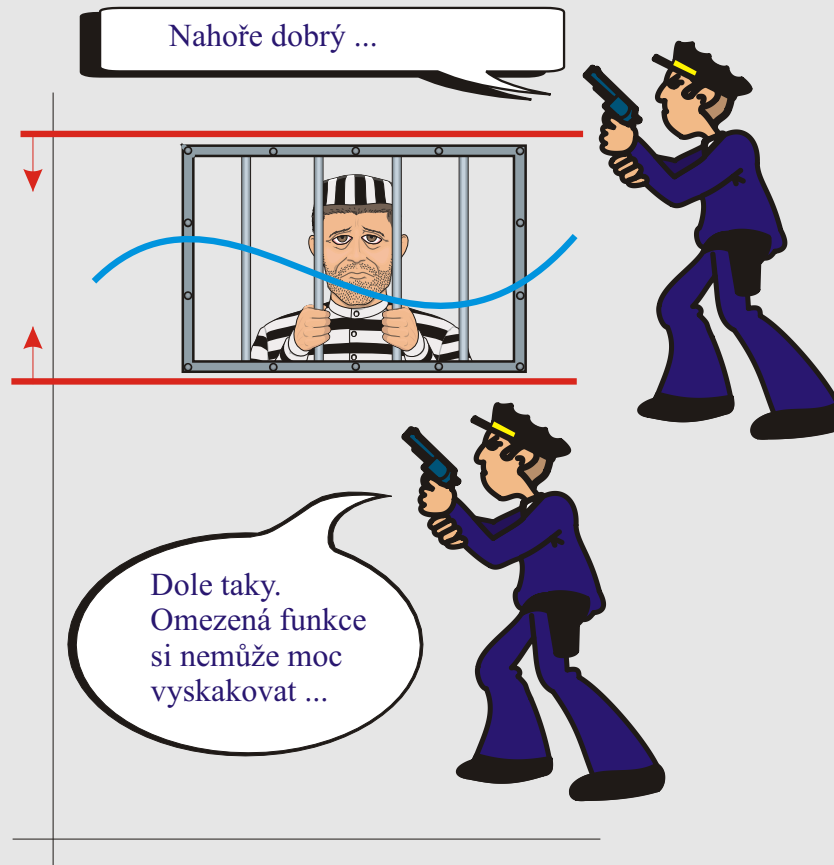
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Říkáme, že funkce f je **omezená** (nebo **shora omezená**, nebo **zdola omezená**), jestliže její obor hodnot má uvedenou vlastnost, tj. existuje číslo k tak, že $|f(x)| \leq k$ (nebo $f(x) \leq k$, nebo $f(x) \geq k$, resp.) pro všechna $x \in \mathcal{D}(f)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

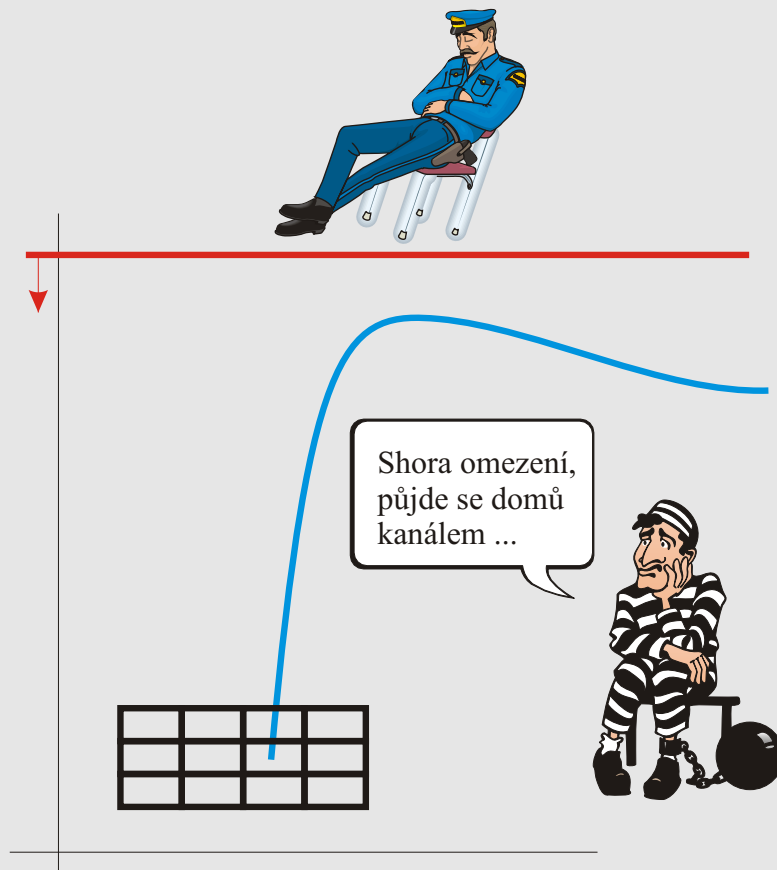
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9





Graf omezené funkce leží v pásu mezi dvěma rovnoběžkami s osou x . Graf shora (nebo zdola) omezené funkce leží v dolní (resp. horní) polorovině určené rovnoběžkou s osou x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je rostoucí (nebo neklesající) právě když je funkce $-f$ klesající (resp. nerostoucí).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je rostoucí (nebo neklesající) právě když je funkce $-f$ klesající (resp. nerostoucí).



2. Posunutím grafu monotónní funkce získáme opět graf monotónní funkce (stejného druhu).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je rostoucí (nebo neklesající) právě když je funkce $-f$ klesající (resp. nerostoucí).



2. Posunutím grafu monotónní funkce získáme opět graf monotónní funkce (stejného druhu).



Tomu říkám „Minipozorováníčko“. Některá tvrzení si rychleji vymyslím, než přečtu.

Poznámky 5 Příklady 5 Otázky 5 Učení 5

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konvexita



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konvexita



Následující definice popisuje některé tvary grafů funkcí, a to zda se otevírají směrem nahoru nebo dolů.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konvexita



Následující definice popisuje některé tvary grafů funkcí, a to zda se otevírají směrem nahoru nebo dolů.



Nebo-li jak graf funkce zatáhčí doleva či doprava.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f definovaná na intervalu J se nazývá **konvexní**, jestliže pro každé dva body $x, y \in J$ a každé $\lambda \in (0, 1)$ platí vztah

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y).$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce f definovaná na intervalu J se nazývá **konvexní**, jestliže pro každé dva body $x, y \in J$ a každé $\lambda \in (0, 1)$ platí vztah

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y).$$



Platí-li v uvedeném vztahu vždy ostrá nerovnost, nazývá se f **ryze konvexní**.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obrátíme-li v uvedeném vztahu nerovnost, dostáváme funkci (ryze) konkávní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obrátíme-li v uvedeném vztahu nerovnost, dostáváme funkci (ryze) konkávní.



Jde o to, zda je graf funkce otočen nahoru nebo dolů. Podle toho na sebe body grafu vidí nad nebo pod grafem funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

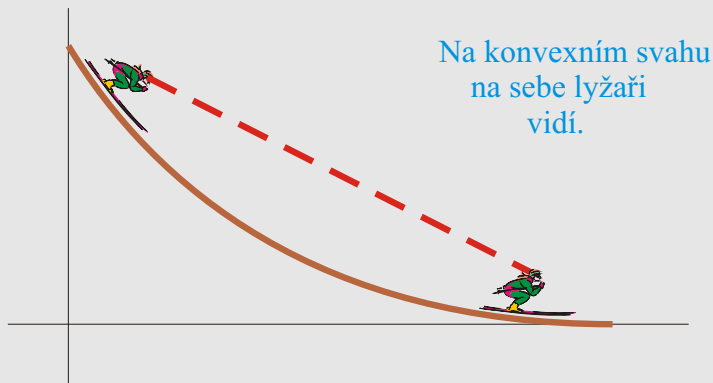
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

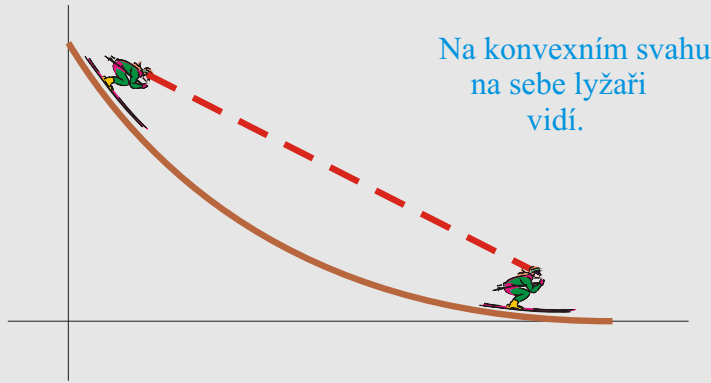
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Konvexní je třeba důlek na
kuličky.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9





Na konkávním svahu
na sebe lyžaři
nevidí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Konkávni je třeba Říp.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávni funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

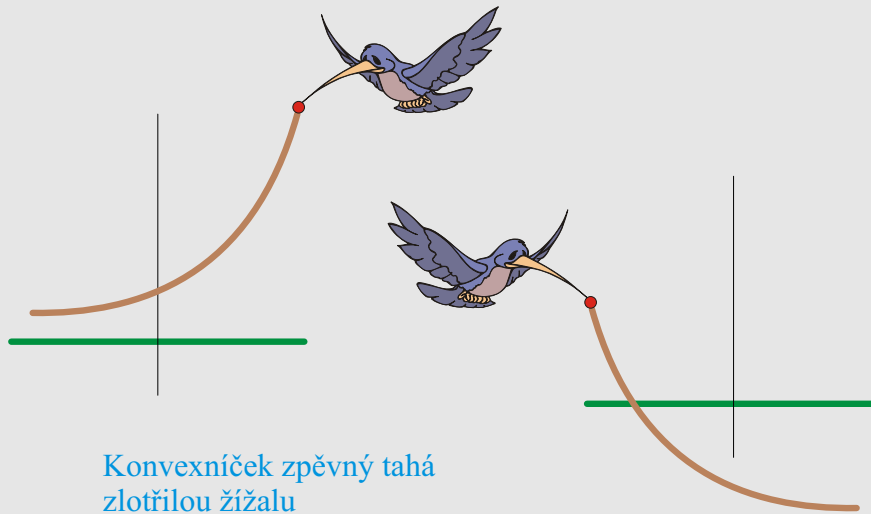
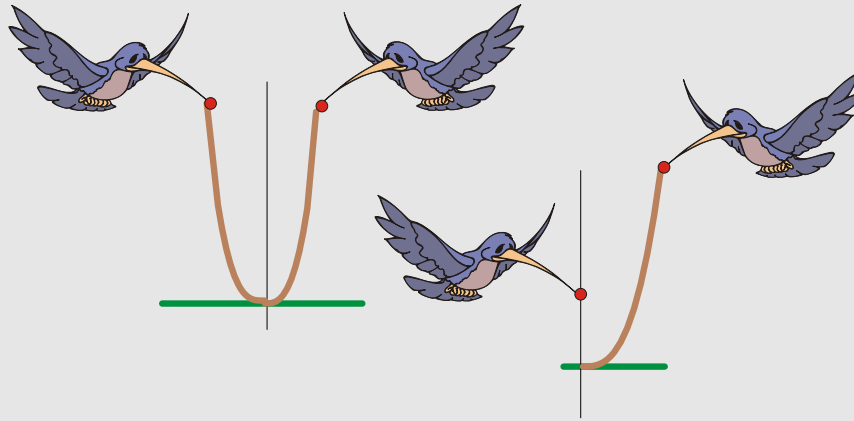
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Konvexníček zpěvný tahá
zlotřilou žízalu

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

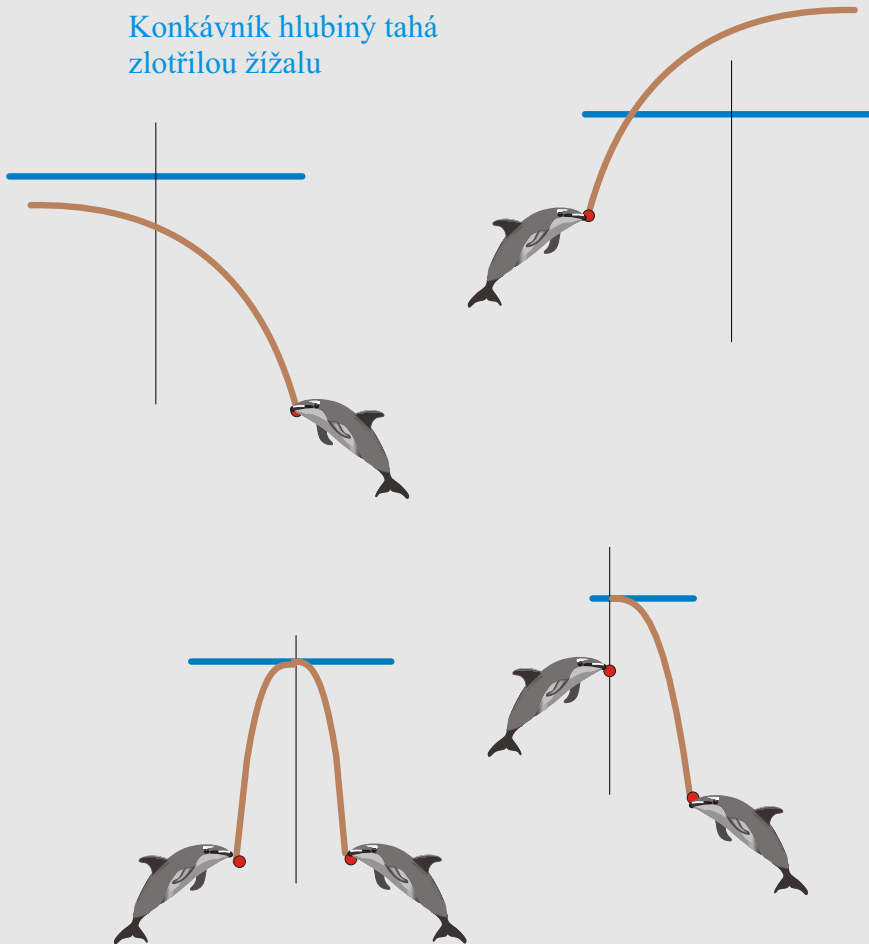
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Konkávník hlubiny tahá
zlotřilou žížalu



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávni funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

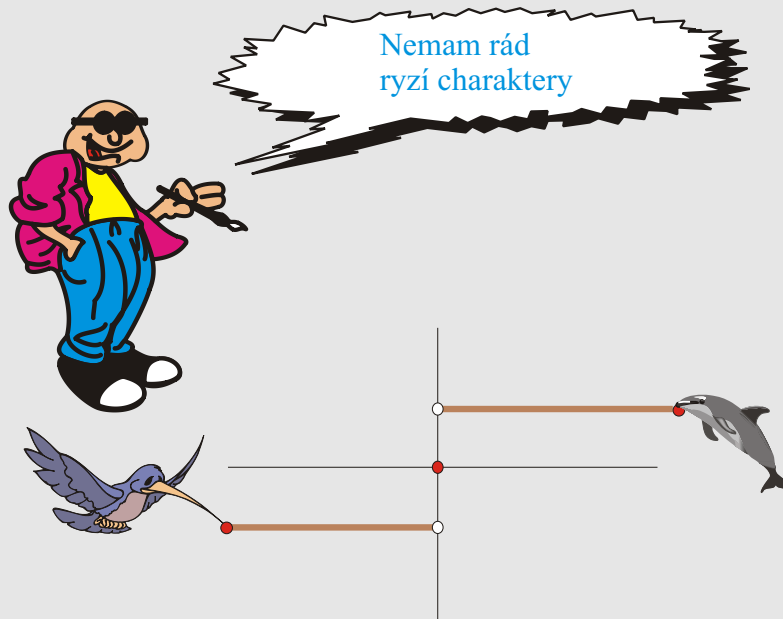
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Nerovnost v definici konvexity funkce znamená, že úsečka spojující dva body grafu leží celá nad grafem nebo na grafu (leží-li celá, kromě koncových bodů, nad grafem, je to ryzí konvexita):



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je (ryze) konvexní právě když $-f$ je (ryze) konkávní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je (ryze) konvexní právě když $-f$ je (ryze) konkávní.



2. Posunutí (ryze) konvexní funkce je (ryze) konvexní funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Funkce f je (ryze) konvexní právě když $-f$ je (ryze) konkávní.



2. Posunutí (ryze) konvexní funkce je (ryze) konvexní funkce.



3. Funkce f je na intervalu I konvexní právě když pro libovolné tři body $u < v < w$ z intervalu I platí

$$f(v)(w - u) \leq f(w)(v - u) + f(u)(w - v)$$

neboli

$$\frac{f(v) - f(u)}{v - u} \leq \frac{f(w) - f(v)}{w - v}.$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

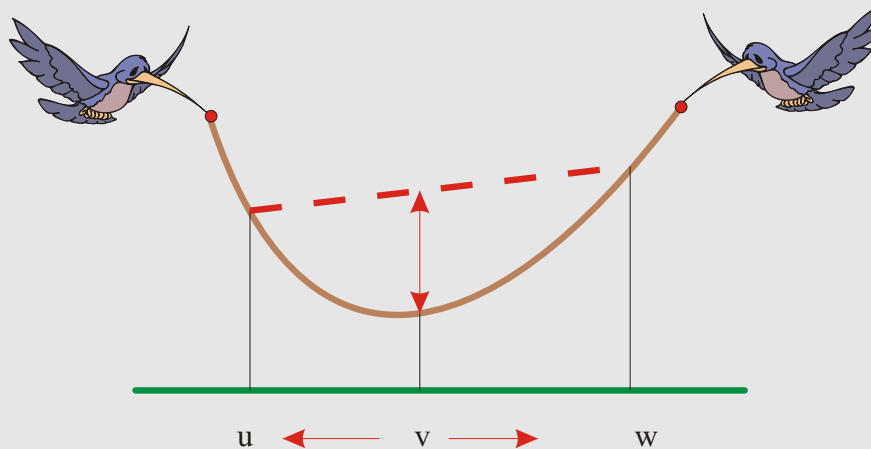
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Chování konvexních funkcí ilustrují obrázky:



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

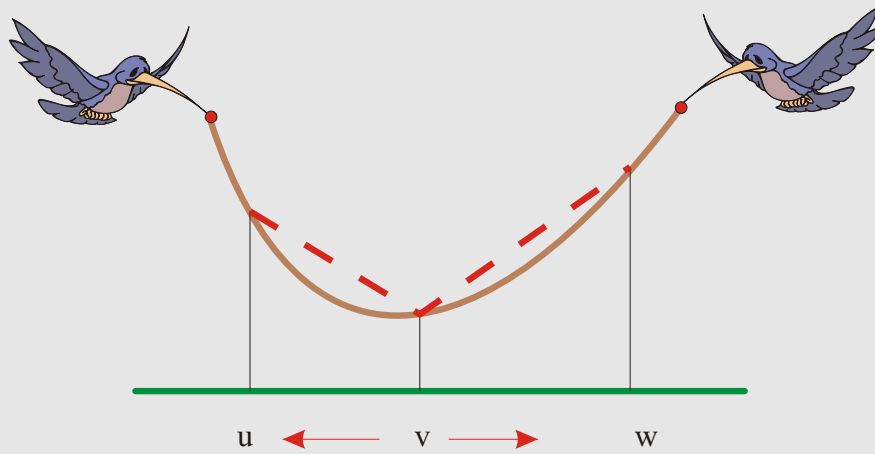
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

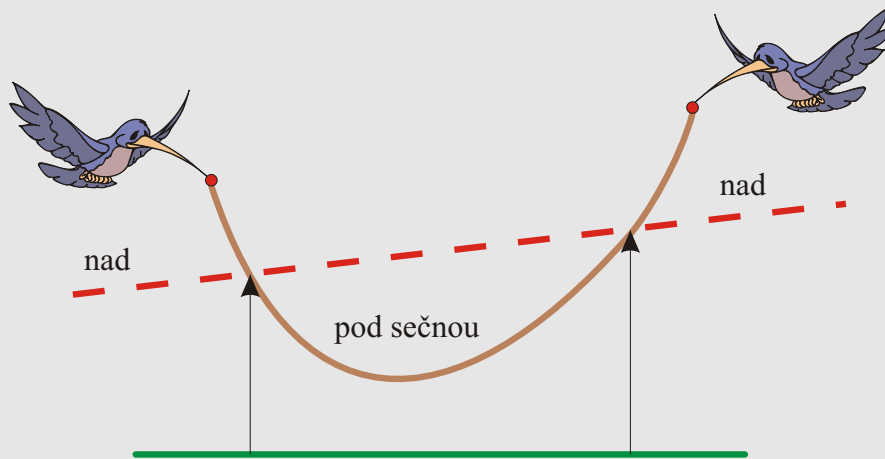
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konvexní funkce je nad, pod a nad sečnou



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Poznámky 6 Příklady 6 Otázky 6

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

VYTVÁŘENÍ NOVÝCH FUNKCÍ



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

VYTVÁŘENÍ NOVÝCH FUNKCÍ



Ze známých funkcí lze pomocí různých operací vytvořit další funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

VYTVÁŘENÍ NOVÝCH FUNKCÍ



Ze známých funkcí lze pomocí různých operací vytvořit další funkce.



Takovým způsobem vznikají polynomy z identické funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zajímavá je otázka, které ze zavedených vlastností se přenášejí z generující funkce na nově vzniklé funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zajímavá je otázka, které ze zavedených vlastností se přenášejí z generující funkce na nově vzniklé funkce.



Z jak dobrých složek uvaříme, tak dobře se najíme.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zajímavá je otázka, které ze zavedených vlastností se přenášejí z generující funkce na nově vzniklé funkce.



Z jak dobrých složek uvaříme, tak dobře se najíme.



Z monotónních funkcí vznikají monotónní ... , nebo ne?.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V následujících třech částech je definováno vytváření nových funkcí pomocí aritmetických operací a uspořádání na reálných číslech a pomocí skládání a inverzní operace.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V následujících třech částech je definováno vytváření nových funkcí pomocí aritmetických operací a uspořádání na reálných číslech a pomocí skládání a inverzní operace.



Později budou přidány další operace (např. umocňování funkcemi, derivace, integrace).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V následujících třech částech je definováno vytváření nových funkcí pomocí aritmetických operací a uspořádání na reálných číslech a pomocí skládání a inverzní operace.



Později budou přidány další operace (např. umocňování funkcemi, derivace, integrace).



Skládání a tvoření inverze je vlastnost obecných zobrazení.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V následujících třech částech je definováno vytváření nových funkcí pomocí aritmetických operací a uspořádání na reálných číslech a pomocí skládání a inverzní operace.



Později budou přidány další operace (např. umocňování funkcemi, derivace, integrace).



Skládání a tvoření inverze je vlastnost obecných zobrazení.



Pro aritmetické operace se zobrazeními je potřeba, aby v jejich oboru hodnot byly tyto aritmetické operace definovány.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V následujících třech částech je definováno vytváření nových funkcí pomocí aritmetických operací a uspořádání na reálných číslech a pomocí skládání a inverzní operace.



Později budou přidány další operace (např. umocňování funkcemi, derivace, integrace).



Skládání a tvoření inverze je vlastnost obecných zobrazení.



Pro aritmetické operace se zobrazeními je potřeba, aby v jejich oboru hodnot byly tyto aritmetické operace definovány.



Podobně pro operace pomocí uspořádání musí na oboru hodnot uspořádání existovat.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

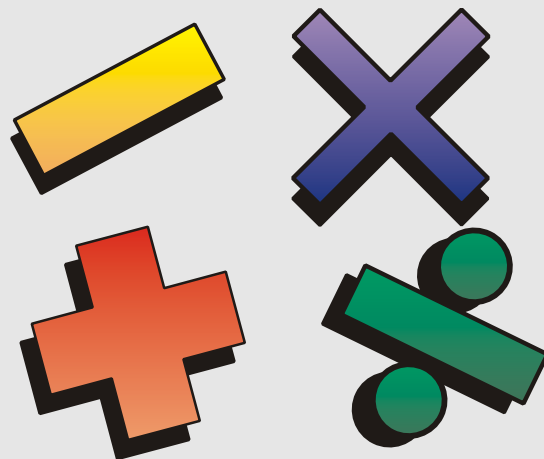
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití aritmetických operací \mathbb{R}

DEFINICE. Jsou-li f, g funkce, budou značit $f + g, f \cdot g, f/g$ funkce, které mají za hodnotu v bodě x postupně $f(x) + g(x), f(x) \cdot g(x), f(x)/g(x)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

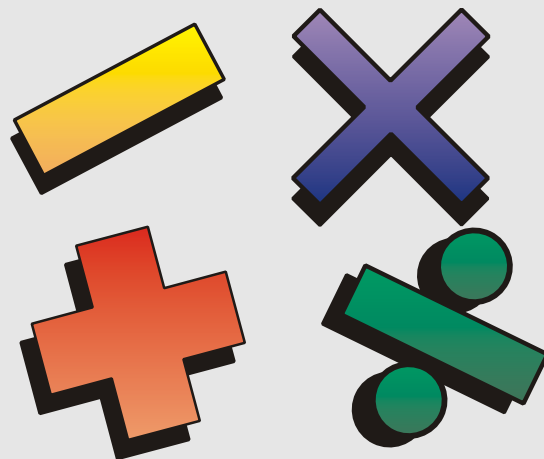
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití aritmetických operací \mathbb{R}

DEFINICE. Jsou-li f, g funkce, budou značit $f + g, f \cdot g, f/g$ funkce, které mají za hodnotu v bodě x postupně $f(x) + g(x), f(x) \cdot g(x), f(x)/g(x)$.



Definiční obor součtu a násobku funkcí je průnik jejich definičních oborů, u podílu je nutné ještě odebrat body, ve kterých se jmenovatel rovná 0.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ve výrazu $k \cdot f$ můžeme číslo k chápat jako konstantní funkci na \mathbb{R} s hodnotou k a potom je funkce $k \cdot f$ speciálním případem násobení funkcí, tj. $(k \cdot f)(x) = kf(x)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ve výrazu $k \cdot f$ můžeme číslo k chápat jako konstantní funkci na \mathbb{R} s hodnotou k a potom je funkce $k \cdot f$ speciálním případem násobení funkcí, tj. $(k \cdot f)(x) = kf(x)$.



Stejně tak je rozdíl funkcí $f - g$ speciálním případem součtu funkcí f a $-g = (-1) \cdot g$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ve výrazu $k \cdot f$ můžeme číslo k chápat jako konstantní funkci na \mathbb{R} s hodnotou k a potom je funkce $k \cdot f$ speciálním případem násobení funkcí, tj. $(k \cdot f)(x) = kf(x)$.



Stejně tak je rozdíl funkcí $f - g$ speciálním případem součtu funkcí f a $-g = (-1) \cdot g$.



V jednoduchých situacích se člověk nemůže splést.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Polynom je funkce tvaru

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

kde $n \in \mathbb{N}$ a koeficienty a_0, a_1, \dots, a_n jsou reálná čísla (jestliže $a_n \neq 0$, nazývá se n stupeň polynomu).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Polynom je funkce tvaru

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

kde $n \in \mathbb{N}$ a koeficienty a_0, a_1, \dots, a_n jsou reálná čísla (jestliže $a_n \neq 0$, nazývá se n stupeň polynomu).



Podíl dvou polynomů se nazývá racionální funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Polynom je funkce tvaru

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

kde $n \in \mathbb{N}$ a koeficienty a_0, a_1, \dots, a_n jsou reálná čísla (jestliže $a_n \neq 0$, nazývá se n stupeň polynomu).

↓
Podíl dvou polynomů se nazývá racionální funkce.



Racionální to asi bude.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání \mathbb{R}

DEFINICE. Pro funkce f, g se definuje $\max\{f, g\}$ (nebo $\min\{f, g\}$) jako funkce, která má v bodě x hodnotu $\max\{f(x), g(x)\}$ (resp. $\min\{f(x), g(x)\}$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

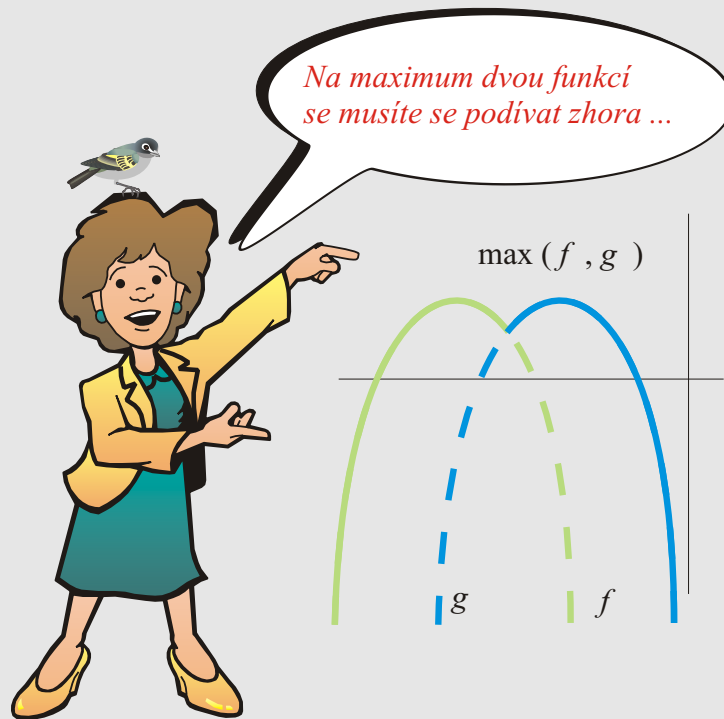
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Použití uspořádání \mathbb{R}

DEFINICE. Pro funkce f, g se definuje $\max\{f, g\}$ (nebo $\min\{f, g\}$) jako funkce, která má v bodě x hodnotu $\max\{f(x), g(x)\}$ (resp. $\min\{f(x), g(x)\}$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

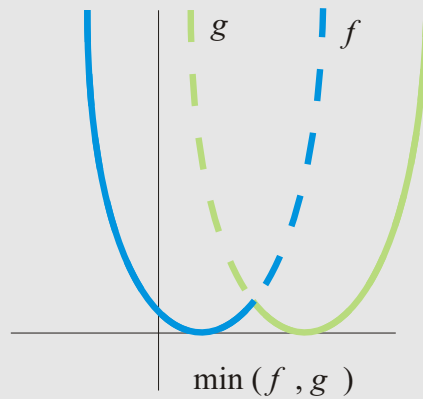
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

*Na minimum dvou funkcí
se musíte se podívat zespodu ...*



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9





Definiční obor maxima a minima funkcí je průnik jejich definičních oborů.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro funkci f se definují funkce $f_+ = \max\{f, 0\}$, $f_- = -\min\{f, 0\}$, tzv. kladná nebo záporná část funkce f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro funkci f se definují funkce $f_+ = \max\{f, 0\}$, $f_- = -\min\{f, 0\}$, tzv. kladná nebo záporná část funkce f .



S kladnou a zápornou částí
to není vždy jednoduché.

Poznámky 7 Příklady 7 Otázky 7

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Skládání funkcí

Skládání funkcí je velmi důležité a s jeho použitím lze sestavit mnoho důležitých složitějších funkcí pomocí jednoduchých funkcí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Skládání funkcí

Skládání funkcí je velmi důležité a s jeho použitím lze sestavit mnoho důležitých složitějších funkcí pomocí jednoduchých funkcí.



DEFINICE. Složení $f \circ g$ dvou funkcí f, g se definuje jako funkce, která má v bodě x hodnotu $f(g(x))$.

Funkce g se pak někdy nazývá vnitřní funkcí a f vnější funkcí. Např. $|f|$ (absolutní hodnota funkce f) je složení funkce f (vnitřní funkce) a funkce absolutní hodnota (vnější funkce).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Skládání funkcí

Skládání funkcí je velmi důležité a s jeho použitím lze sestavit mnoho důležitých složitějších funkcí pomocí jednoduchých funkcí.



DEFINICE. Složení $f \circ g$ dvou funkcí f, g se definuje jako funkce, která má v bodě x hodnotu $f(g(x))$.

Funkce g se pak někdy nazývá vnitřní funkcí a f vnější funkcí. Např. $|f|$ (absolutní hodnota funkce f) je složení funkce f (vnitřní funkce) a funkce absolutní hodnota (vnější funkce).



Teď je třeba se připravit na všechno.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

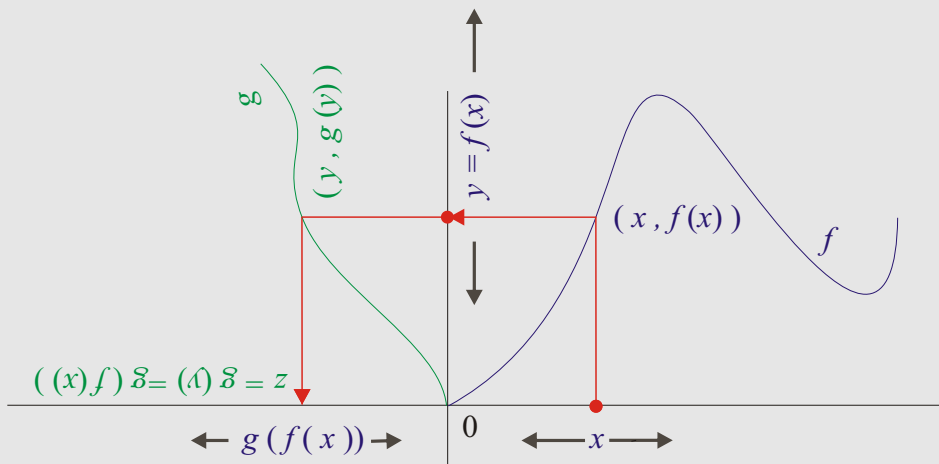
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Skládání funkcí, to už je něco jako organizovaný zločin ...



LEKCE04-FUN

Funkce
popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Definiční obor tohoto složení jsou právě ty body x z definičního oboru funkce g , pro které náleží $g(x)$ do definičního oboru funkce f . Symbolicky lze napsat

$$\mathcal{D}(f \circ g) = \mathcal{D}(g) \cap g^{-1}(\mathcal{D}(f)).$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definiční obor tohoto složení jsou právě ty body x z definičního oboru funkce g , pro které náleží $g(x)$ do definičního oboru funkce f . Symbolicky lze napsat

$$\mathcal{D}(f \circ g) = \mathcal{D}(g) \cap g^{-1}(\mathcal{D}(f)).$$



Například odmocnina ze sinu není pro každého.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

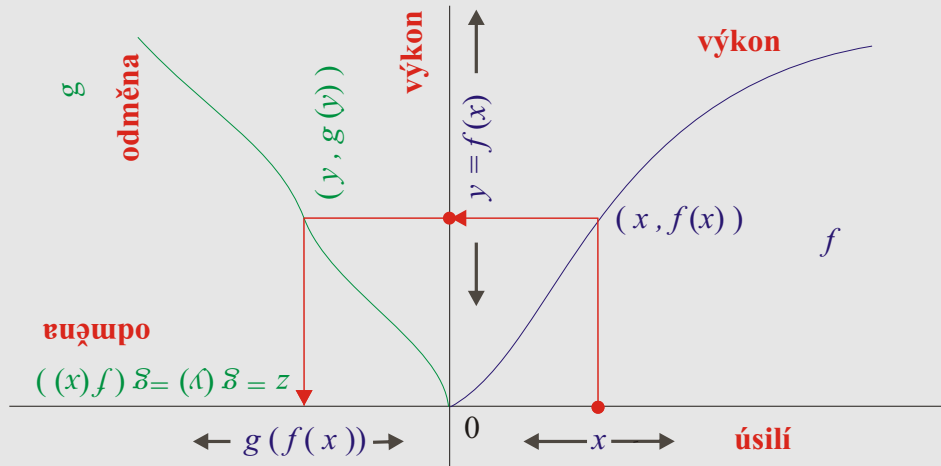
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Poznámky 8 Příklady 8 Otázky 8

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Inverzní funkce

Inverzní funkce jsou důležitým nástrojem při řešení rovnic. I když někdy nedovedeme inverzní funkci přesně napsat, dovedeme popsat její vlastnosti a s jejich pomocí popsat i řešení rovnice.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Inverzní funkce

Inverzní funkce jsou důležitým nástrojem při řešení rovnic. I když někdy nedovedeme inverzní funkci přesně napsat, dovedeme popsat její vlastnosti a s jejich pomocí popsat i řešení rovnice.



DEFINICE. Je-li f prostá funkce definovaná na množině D s oborem hodnot E , pak funkce, která přiřadí bodu $y \in E$ ten jediný bod $x \in D$, pro který je $f(x) = y$, se nazývá **inverzní funkce** k f a značí se f^{-1} .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

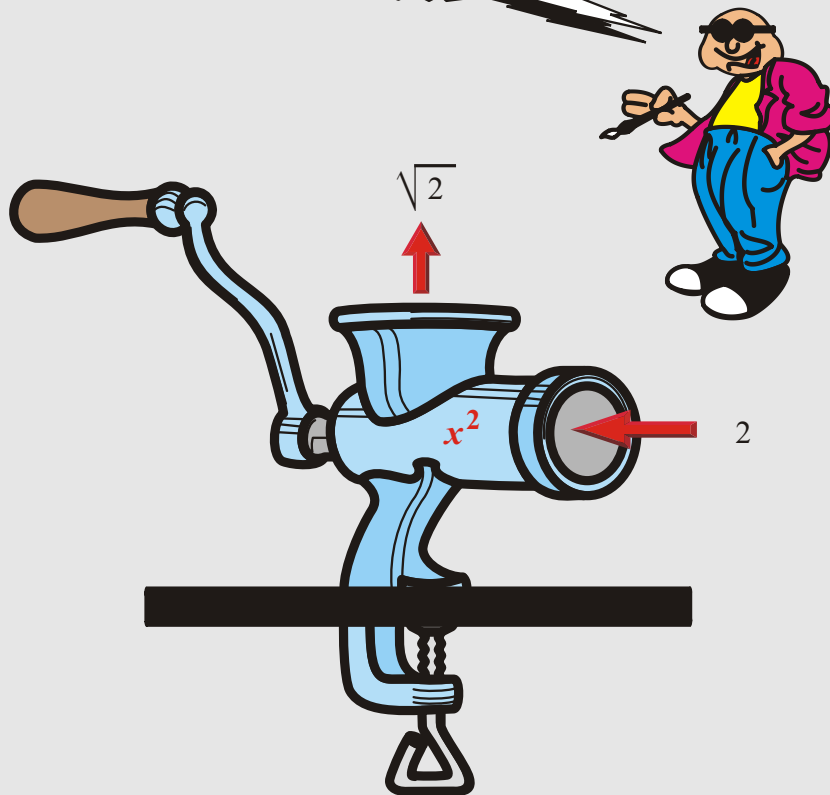
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Inverzní funkce je
takový antimlýnek ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

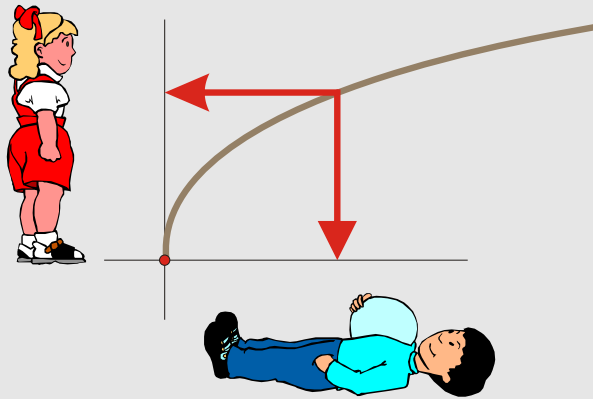
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Budeme si házet ...



"Moje funkce je hezčí."
"Ta moje je hezčí."
"Ta tvoje je inverzní!"
"To ta tvoje je inverzní!!!"



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pokud se nakreslí grafy funkce $y = f(x)$ a funkce k ní inverzní $y=f^{-1}(x)$ do stejné souřadnicové soustavy, vyjdou grafy symetrické podle osy prvního kvadrantu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

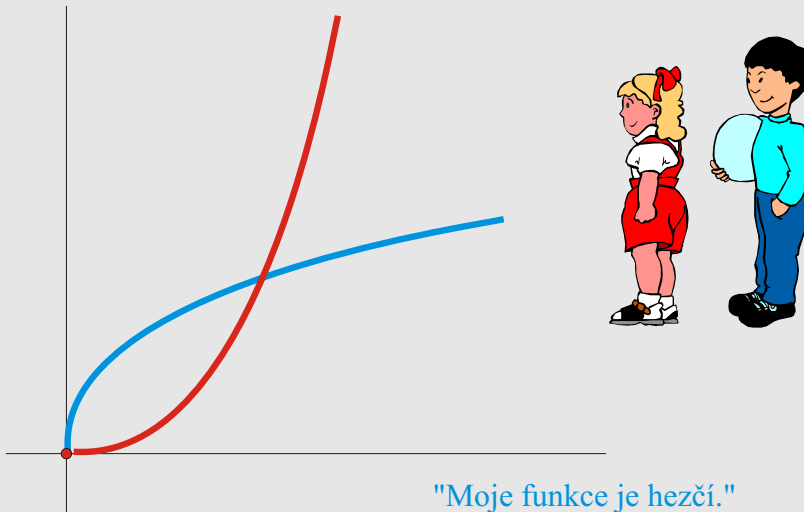
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pokud se nakreslí grafy funkce $y = f(x)$ a funkce k ní inverzní $y = f^{-1}(x)$ do stejné souřadnicové soustavy, vyjdou grafy symetrické podle osy prvního kvadrantu.



"Moje funkce je hezčí."
"Ta moje je hezčí."
"Ta tvoje je inverzní!"
"To ta tvoje je inverzní!!!"



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf inverzní funkce f^{-1}
je symetrický obraz grafu
funkce f podle diagonály.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



2. Jestliže f má inverzní funkci f^{-1} , pak f je inverzní funkcí k f^{-1} .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



2. Jestliže f má inverzní funkci f^{-1} , pak f je inverzní funkcí k f^{-1} .



3. Každá ryze monotónní funkce má inverzní funkci.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



2. Jestliže f má inverzní funkci f^{-1} , pak f je inverzní funkcí k f^{-1} .



3. Každá ryze monotónní funkce má inverzní funkci.



4. Inverzní funkce f^{-1} je rostoucí (nebo klesající), právě když je funkce f rostoucí (nebo klesající, resp.)



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



2. Jestliže f má inverzní funkci f^{-1} , pak f je inverzní funkcí k f^{-1} .



3. Každá ryze monotónní funkce má inverzní funkci.



4. Inverzní funkce f^{-1} je rostoucí (nebo klesající), právě když je funkce f rostoucí (nebo klesající, resp.)



5. Inverzní funkce f^{-1} je konvexní (nebo konkávní), právě když je funkce f konkávní (nebo konvexní, resp.).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Pro prostou funkci f je definiční obor funkce f^{-1} totožný s oborem hodnot funkce f a platí

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \text{ pro } y \in \mathcal{D}(f^{-1}) \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x \text{ pro } x \in \mathcal{D}(f).$$



2. Jestliže f má inverzní funkci f^{-1} , pak f je inverzní funkcí k f^{-1} .



3. Každá ryze monotónní funkce má inverzní funkci.



4. Inverzní funkce f^{-1} je rostoucí (nebo klesající), právě když je funkce f rostoucí (nebo klesající, resp.)



5. Inverzní funkce f^{-1} je konvexní (nebo konkávní), právě když je funkce f konkávní (nebo konvexní, resp.).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Je to práce s výrazy. Dává to
smysl i podle obrázku.

Poznámky 9 Příklady 9 Otázky 9 Cvičení 9

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

DALŠÍ MOŽNOSTI POPISU FUNKCÍ

Existují i jiné možnosti, jak zadávat funkce. Dále uvedené možnosti zadávají funkce po částech, ale jiným způsobem, než bylo uvedeno po definici funkce. Důkaz, že se jedná opravdu o „kousky“ funkcí, je náročnější a bude uveden až v teorii funkcí dvou proměnných.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Předpis $y^2 = 1 - x^2$, neboli $x^2 + y^2 - 1 = 0$, nedefinuje funkci (proč?). Nicméně množina bodů (x, y) v rovině splňujících uvedenou rovnost tvoří kružnici s poloměrem 1 o středu v počátku a jedná se o důležitou křivku, která je zadaná jednoduchým způsobem a je složena z grafů dvou funkcí (horní a dolní polokružnice). Podobných případů je více a jsou důležité.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Předpis $y^2 = 1 - x^2$, neboli $x^2 + y^2 - 1 = 0$, nedefinuje funkci (proč?). Nicméně množina bodů (x, y) v rovině splňujících uvedenou rovnost tvoří kružnici s poloměrem 1 o středu v počátku a jedná se o důležitou křivku, která je zadaná jednoduchým způsobem a je složena z grafů dvou funkcí (horní a dolní polokružnice). Podobných případů je více a jsou důležité.



Rovnost $f(x, y) = 0$, kde $f(x, y)$ je funkce dvou reálných proměnných x, y , se nazývá implicitně zadaná funkce (krátce implicitní funkce) a rozumí se, že na jistých intervalech je y funkcí x , např. $y = g(x)$, přičemž na daném intervalu je $f(x, g(x)) = 0$. Grafem implicitně zadané funkce je $\{(x, y); f(x, y) = 0\}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Předpis $y^2 = 1 - x^2$, neboli $x^2 + y^2 - 1 = 0$, nedefinuje funkci (proč?). Nicméně množina bodů (x, y) v rovině splňujících uvedenou rovnost tvoří kružnici s poloměrem 1 o středu v počátku a jedná se o důležitou křivku, která je zadaná jednoduchým způsobem a je složena z grafů dvou funkcí (horní a dolní polokružnice). Podobných případů je více a jsou důležité.



Rovnost $f(x, y) = 0$, kde $f(x, y)$ je funkce dvou reálných proměnných x, y , se nazývá implicitně zadaná funkce (krátce implicitní funkce) a rozumí se, že na jistých intervalech je y funkcí x , např. $y = g(x)$, přičemž na daném intervalu je $f(x, g(x)) = 0$. Grafem implicitně zadané funkce je $\{(x, y); f(x, y) = 0\}$.



Tento termín *implicitní funkce* je nutné chápat vcelku, nikoli jako složení dvou slov *implicitní* a *funkce*.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Předpis $y^2 = 1 - x^2$, neboli $x^2 + y^2 - 1 = 0$, nedefinuje funkci (proč?). Nicméně množina bodů (x, y) v rovině splňujících uvedenou rovnost tvoří kružnici s poloměrem 1 o středu v počátku a jedná se o důležitou křivku, která je zadaná jednoduchým způsobem a je složena z grafů dvou funkcí (horní a dolní polokružnice). Podobných případů je více a jsou důležité.



Rovnost $f(x, y) = 0$, kde $f(x, y)$ je funkce dvou reálných proměnných x, y , se nazývá implicitně zadaná funkce (krátce implicitní funkce) a rozumí se, že na jistých intervalech je y funkcí x , např. $y = g(x)$, přičemž na daném intervalu je $f(x, g(x)) = 0$. Grafem implicitně zadané funkce je $\{(x, y); f(x, y) = 0\}$.



Tento termín *implicitní funkce* je nutné chápat vcelku, nikoli jako složení dvou slov *implicitní a funkce*.



Dalšími příklady jsou $y^2 = x$ (parabola), $y^2 - x^2 = 1$ (hyperbola), $(x - y)^4 = 4(x^2 + y^2)$ (kardioida).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mnoho těchto křivek lze zadat v jistém smyslu jednodušeji pomocí parametru. Na příklad kardioida je zadána jako

$$x = 2 \cos t - \cos 2t, \quad y = 2 \sin t - \sin 2t, \quad \text{pro } t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Obecně tedy lze definovat parametricky zadanou funkci předpisem

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in J,$$

kde $\varphi(t), \psi(t)$ jsou reálné funkce definované na množině (většinou intervalu) J . Grafem parametricky zadané funkce je $\{(\varphi(t), \psi(t)); t \in J\}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mnoho těchto křivek lze zadat v jistém smyslu jednodušeji pomocí parametru. Na příklad kardioida je zadána jako

$$x = 2 \cos t - \cos 2t, \quad y = 2 \sin t - \sin 2t, \quad \text{pro } t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Obecně tedy lze definovat parametricky zadanou funkci předpisem

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in J,$$

kde $\varphi(t), \psi(t)$ jsou reálné funkce definované na množině (většinou intervalu) J . Grafem parametricky zadané funkce je $\{(\varphi(t), \psi(t)); t \in J\}$.



Stejně jako u implicitních funkcí je nutné brát termín *parametricky zadaná funkce* vcelku.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mnoho těchto křivek lze zadat v jistém smyslu jednodušeji pomocí parametru. Na příklad kardioida je zadána jako

$$x = 2 \cos t - \cos 2t, \quad y = 2 \sin t - \sin 2t, \quad \text{pro } t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Obecně tedy lze definovat parametricky zadanou funkci předpisem

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in J,$$

kde $\varphi(t), \psi(t)$ jsou reálné funkce definované na množině (většinou intervalu) J . Grafem parametricky zadané funkce je $\{(\varphi(t), \psi(t)); t \in J\}$.



Stejně jako u implicitních funkcí je nutné brát termín *parametricky zadaná funkce* vcelku.



Dalším příkladem může být elipsa:

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t, \quad t \in [0, 2\pi),$$

kde $a, b > 0$ jsou délky poloos.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mnoho těchto křivek lze zadat v jistém smyslu jednodušeji pomocí parametru. Na příklad kardioida je zadána jako

$$x = 2 \cos t - \cos 2t, \quad y = 2 \sin t - \sin 2t, \quad \text{pro } t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Obecně tedy lze definovat parametricky zadanou funkci předpisem

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in J,$$

kde $\varphi(t), \psi(t)$ jsou reálné funkce definované na množině (většinou intervalu) J . Grafem parametricky zadané funkce je $\{(\varphi(t), \psi(t)); t \in J\}$.



Stejně jako u implicitních funkcí je nutné brát termín *parametricky zadaná funkce* vcelku.



Dalším příkladem může být elipsa:

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t, \quad t \in [0, 2\pi),$$

kde $a, b > 0$ jsou délky poloos.



Opět lze ukázat, že části parametricky zadané funkce jsou funkcemi.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Speciálním případem parametricky zadané funkce je zadání pomocí polárních souřadnic r, φ , kde r (vzdálenost bodu křivky od počátku) je popsáno nějakou funkcí $r = h(\varphi)$ úhlu mezi průvodičem bodu a osou x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Speciálním případem parametricky zadané funkce je zadání pomocí polárních souřadnic r, φ , kde r (vzdálenost bodu křivky od počátku) je popsáno nějakou funkcí $r = h(\varphi)$ úhlu mezi průvodičem bodu a osou x .



Protože $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, dostane se parametrické zadání

$$x = h(\varphi) \cos \varphi, \quad y = h(\varphi) \sin \varphi, \quad \varphi \in J.$$

Někdy (viz následující příklad lemniskaty) může být příslušná funkce popisující závislost r na φ zadána implicitně.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kružnice



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kružnice



implicitně: $x^2 + y^2 = a^2$

parametricky: $x = a \cos t, y = a \sin t, t \in [0, 2\pi]$

polárně: $r = a$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kardioida



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kardioida



implicitně: $(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$

parametricky: $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$, $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$, $t \in (-\infty, +\infty)$

polárně: $r = 2a(1 + \cos \varphi)$

graf



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Lemniskata



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Lemniskata



implicitně: $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$

parametricky: $x = \frac{at(1+t^2)}{1+t^4}$, $y = \frac{at(1-t^2)}{1+t^4}$, $t \in (-\infty, +\infty)$

polárně: $r^2 = a^2 \cos(2\varphi)$

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZNÁMKY

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 1 :

Funkce, která přiřazuje reálnému číslu jeho sinus, se značí symbolem \sin a její hodnota v bodě x je $\sin x$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Situace je jiná v případě funkce, která přiřazuje reálnému číslu jeho druhou mocninu. Tato funkce nemá speciální symbol (jako měl \sin v předchozím případě) a značí se x^2 , což může někdy vést k záměně s hodnotou této funkce v konkrétním bodě x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Situace je jiná v případě funkce, která přiřazuje reálnému číslu jeho druhou mocninu. Tato funkce nemá speciální symbol (jako měl \sin v předchozím případě) a značí se x^2 , což může někdy vést k záměně s hodnotou této funkce v konkrétním bodě x .



Většinou však nemůže dojít k nedorozumění. Pokud by situace nebyla jasná, je lépe pro konkrétní body a jejich hodnoty použít indexy, např. x_0^2 pro hodnotu této funkce v bodě x_0 .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

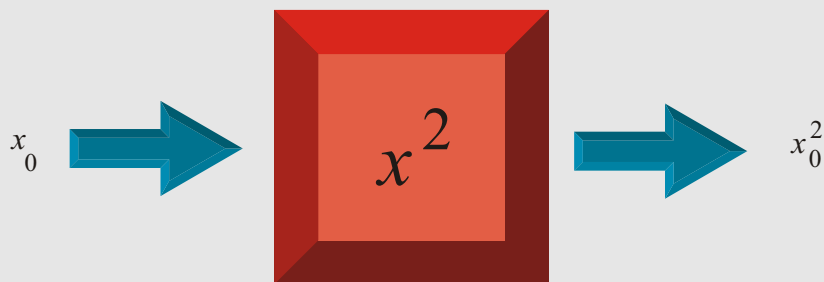
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce je zobrazení a mají pro ni smysl vlastnosti a pojmy platné pro zobrazení (např. konstantní zobrazení, prosté zobrazení, zúžení zobrazení, složení zobrazení, atd.).

Často se používá formulace o zúžení vlastnosti na část definičního oboru. Např. *funkce f je konstantní na množině A* znamená, že A je částí definičního oboru funkce f a $f(x_1) = f(x_2)$ pro $x_1, x_2 \in A$, tj. zúžení funkce f na množinu A je konstantní. Podobně pro výrok *f je prostá na A* .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

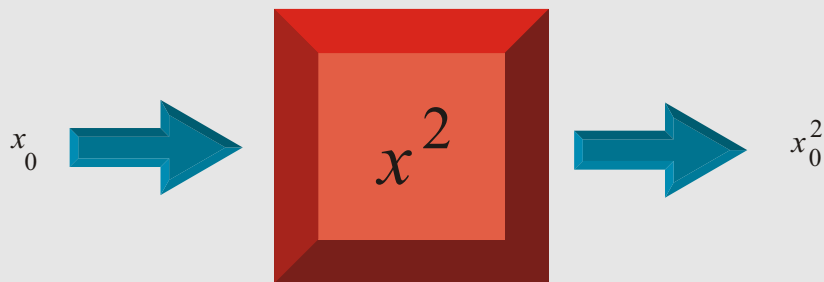
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce je zobrazení a mají pro ni smysl vlastnosti a pojmy platné pro zobrazení (např. konstantní zobrazení, prosté zobrazení, zúžení zobrazení, složení zobrazení, atd.).

Často se používá formulace o zúžení vlastnosti na část definičního oboru. Např. *funkce f je konstantní na množině A* znamená, že A je částí definičního oboru funkce f a $f(x_1) = f(x_2)$ pro $x_1, x_2 \in A$, tj. zúžení funkce f na množinu A je konstantní. Podobně pro výrok *f je prostá na A* .



Zdůraznit, že jde o funkci, nikoli o její hodnotu v bodě x , lze i zápisem $y = x^2$. Podobně i v předchozím příkladu bývá obvyklé značit funkci sinus jako $y = \sin x$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

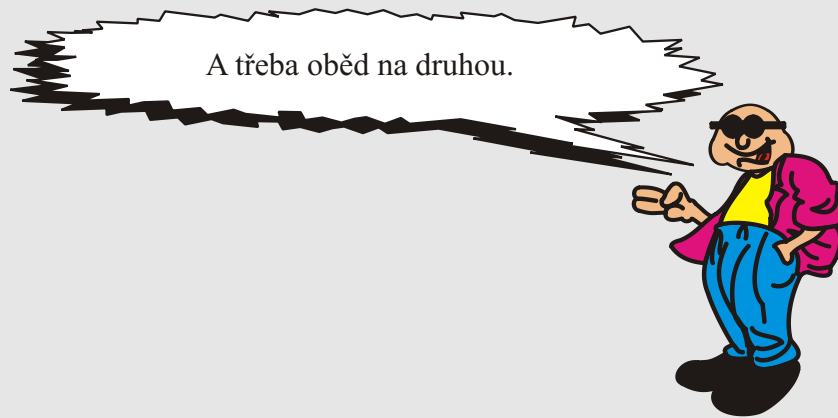
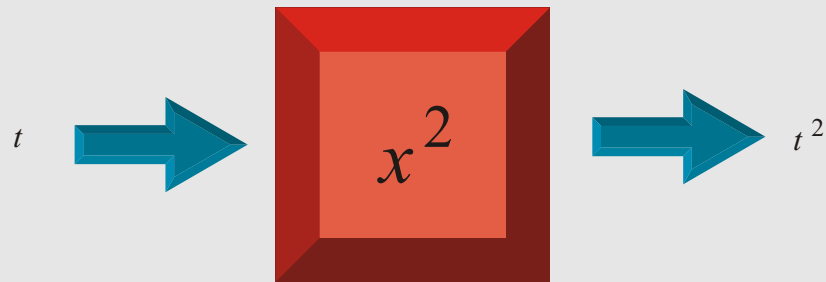
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

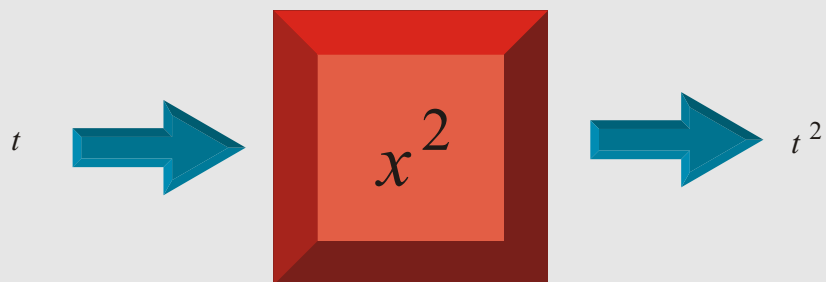
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



A třeba oběd na druhou.



To je teda funkce.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Samozřejmě tu nejsou podstatná písmena x a y . Zápisy $p = 2u$ nebo $\beta = 2\delta$ nebo $K_7 = 2\alpha$ označují tutéž funkci. Význam písmen x, y je spíše tradiční a geometrický při použití souřadnicové soustavy x, y pro kreslení grafu funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

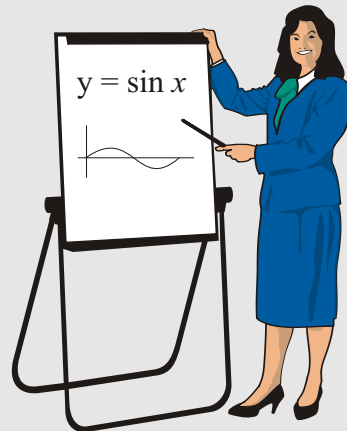
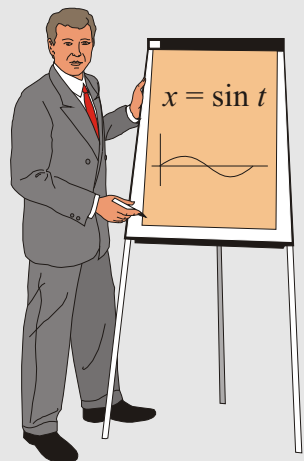
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Samozřejmě tu nejsou podstatná písmena x a y . Zápisy $p = 2u$ nebo $\beta = 2\delta$ nebo $K_7 = 2\alpha$ označují tutéž funkci. Význam písmen x, y je spíše tradiční a geometrický při použití souřadnicové soustavy x, y pro kreslení grafu funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

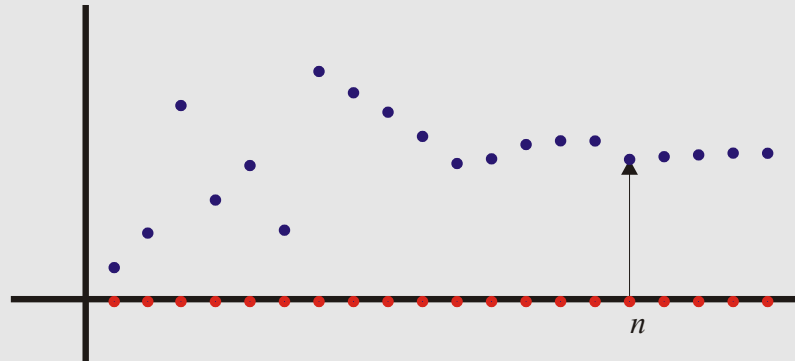
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce definované na množině přirozených čísel se nazývají posloupnosti



a byly probírány v předchozí kapitole.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Někdy bývá funkce definována po částech, tj. její definiční obor je rozdělen na několik částí (např. intervalů) a v každé této části je funkce definována jiným předpisem.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

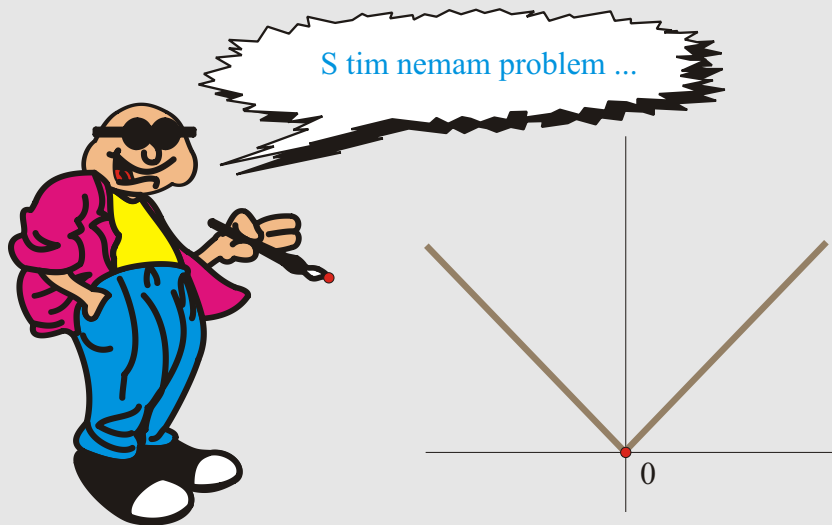
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Někdy bývá funkce definována po částech, tj. její definiční obor je rozdělen na několik částí (např. intervalů) a v každé této části je funkce definována jiným předpisem.



Pokud se tyto části překrývají (např. koncové body u uzavřených intervalů), musí se při zadání funkce dávat pozor na hodnoty (proč?). Proto je lépe volit tyto části disjunktní.



Konec poznámek 1.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 2 :

Při zadávání funkce by se správně měl zadat i definiční obor této funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 2 :

Při zadávání funkce by se správně měl zadat i definiční obor této funkce.



Není-li definiční obor zadán, rozumí se jím všechna čísla, pro která má zadávaná funkce smysl.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 2 :

Při zadávání funkce by se správně měl zadat i definiční obor této funkce.



Není-li definiční obor zadán, rozumí se jím všechna čísla, pro která má zadávaná funkce smysl.



Nejčastěji to bude interval
nebo sjednocení intervalů.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je nutné si uvědomit, že funkce zadané stejným předpisem, ale mající různé definiční obory, jsou různé.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je nutné si uvědomit, že funkce zadané stejným předpisem, ale mající různé definiční obory, jsou různé.



Např. funkce $y = x^2, x \in (-3, 3)$ a funkce $y = x^2, x \in (0, 3)$, mají sice stejný předpis, ale za definiční obor mají různé intervaly a obě funkce jsou tedy různé.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

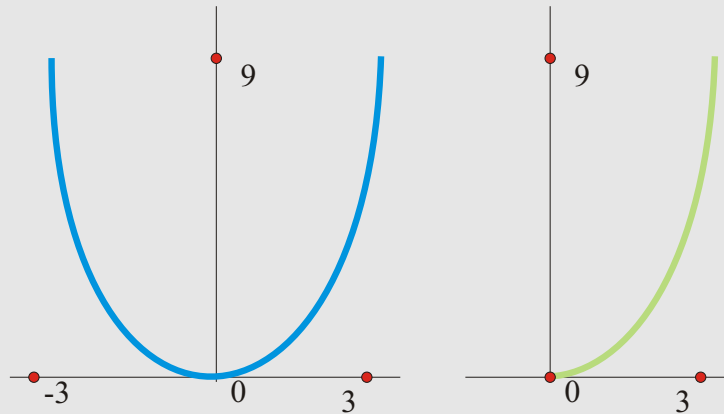
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je nutné si uvědomit, že funkce zadané stejným předpisem, ale mající různé definiční obory, jsou různé.



Např. funkce $y = x^2, x \in (-3, 3)$ a funkce $y = x^2, x \in (0, 3)$, mají sice stejný předpis, ale za definiční obor mají různé intervaly a obě funkce jsou tedy různé.



Konec poznámek 2.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 3 :



Graf funkce definované na nějaké množině D je tedy ,čára" v rovině (může být i „nesouvislá") taková, že libovolná přímka kolmá na osu x protíná tuto čáru nejvýše v jednom bodě (v žádném bodě pokud kolmice neprotíná množinu D , v jednom bodě pokud kolmice protíná množinu D).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 3 :



Graf funkce definované na nějaké množině D je tedy ,čára" v rovině (může být i „nesouvislá“) taková, že libovolná přímka kolmá na osu x protíná tuto čáru nejvýše v jednom bodě (v žádném bodě pokud kolmice neprotíná množinu D , v jednom bodě pokud kolmice protíná množinu D).



Snažil jsem se to vyvrátit, ale nepovedlo se to. Jsou to prostě čáry-máry.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 3 :



Graf funkce definované na nějaké množině D je tedy ,čára" v rovině (může být i „nesouvislá“) taková, že libovolná přímka kolmá na osu x protíná tuto čáru nejvýše v jednom bodě (v žádném bodě pokud kolmice neprotíná množinu D , v jednom bodě pokud kolmice protíná množinu D).



Snažil jsem se to vyvrátit, ale nepovedlo se to. Jsou to prostě čáry-máry.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

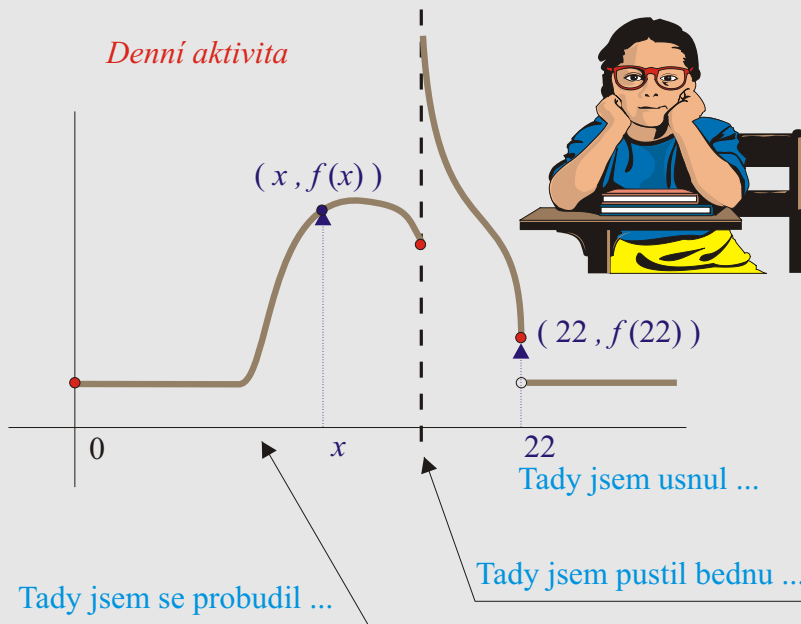
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

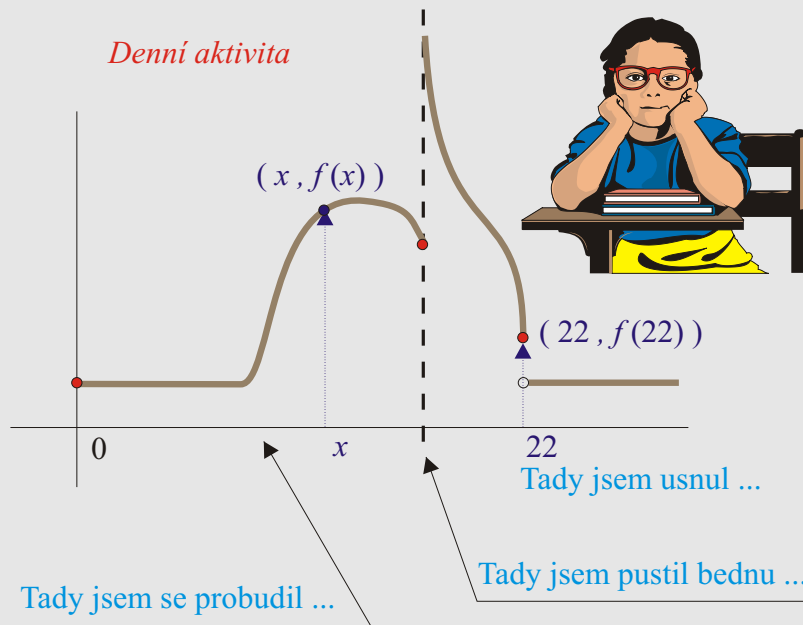
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Z toho je vidět, že dvě funkce jsou stejné právě když mají stejný graf. Funkce se proto často definují pomocí grafu, jako množina dvojic $(x, f(x))$ pro $x \in D$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

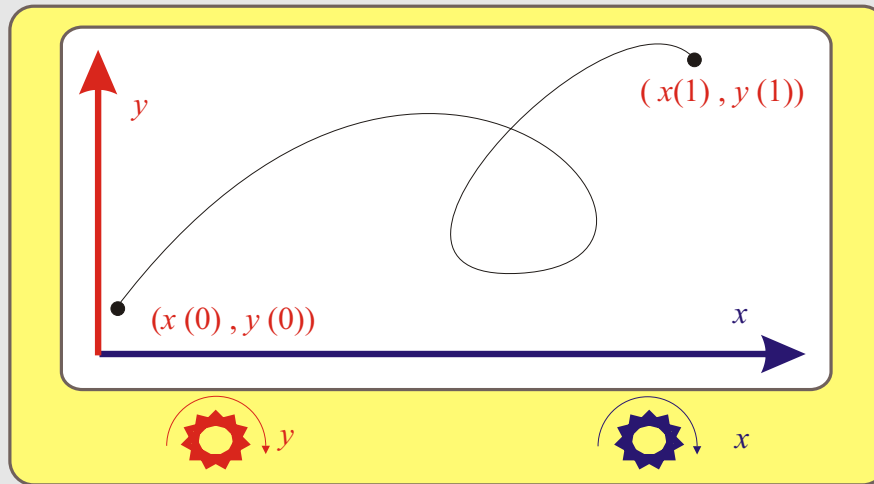
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

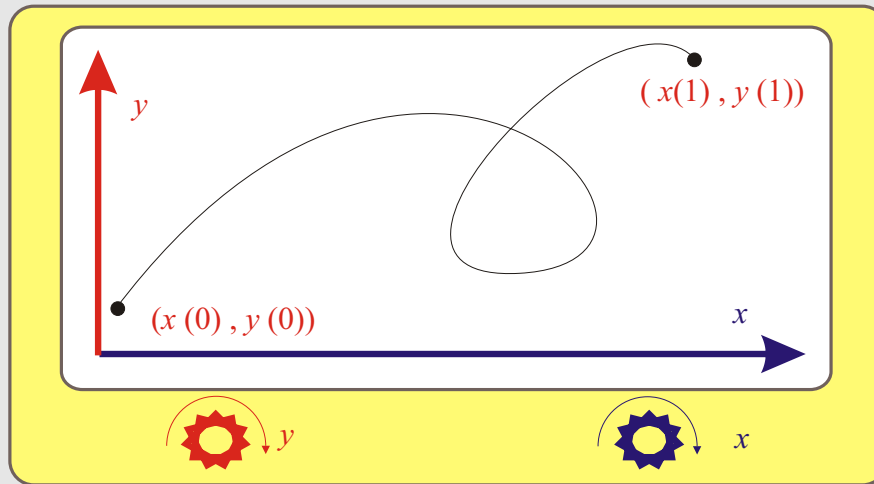
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Čára nakreslená takovýmto kreslítkem je grafem pouze tehdy, pokud pravým (správným) kolečkem točíme stále stejným směrem.

Konec poznámek 3.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 4 :

Pro definici sudých a lichých funkcí je nutné mít operaci opačných prvků v definičním oboru i oboru hodnot.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 4 :

Pro definici sudých a lichých funkcí je nutné mít operaci opačných prvků v definičním oboru i oboru hodnot.



U periodické vlastnosti je potřebná vlastnost (sčítání) nutná jen u definičního oboru.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 4 :

Pro definici sudých a lichých funkcí je nutné mít operaci opačných prvků v definičním oboru i oboru hodnot.



U periodické vlastnosti je potřebná vlastnost (sčítání) nutná jen u definičního oboru.



Je vhodné si uvědomit, že je-li f periodická funkce s periodou p , pak i np , kde $n \in \mathbb{N}$, je periodou f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce nemusí mít nejmenší periodu (např. Dirichletova funkce), ale nekonstantní spojitá periodická funkce má vždy nejmenší periodu.

Konec poznámek 4.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 5 :

Pro definici monotónosti je třeba mít uspořádání jak na definičním oboru, tak na oboru hodnot.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 5 :

Pro definici monotónosti je třeba mít uspořádání jak na definičním oboru, tak na oboru hodnot.



Takže nelze vhodně definovat monotónní funkce v rovině, tj. u funkcí dvou proměnných.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Omezenost funkcí používá jen uspořádání na oboru hodnot a tedy tato vlastnost lze definovat pro všechna zobrazení do \mathbb{R} .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podobně jako se definuje, že funkce je konstantní na podintervalu svého definičního oboru, říká se, že funkce je např. rostoucí na podintervalu svého definičního oboru, klesající na jiném podintervalu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podobně jako se definuje, že funkce je konstantní na podintervalu svého definičního oboru, říká se, že funkce je např. rostoucí na podintervalu svého definičního oboru, klesající na jiném podintervalu.



Jak jinak. Nejdůležitější je, abychom zvládali nové situace. Kdykoliv můžeme něco nově definovat.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

První vlastnosti v Pozorování se používá v důkazech: dokáže-li se nějaké tvrzení pro všechny rostoucí funkce a f je klesající, platí tvrzení pro $-f$ (splňuje-li ostatní podmínky).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

První vlastnosti v Pozorování se používá v důkazech: dokáže-li se nějaké tvrzení pro všechny rostoucí funkce a f je klesající, platí tvrzení pro $-f$ (splňuje-li ostatní podmínky).



Často z toho ihned plyne tvrzení pro f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Některé funkce sice nejsou monotónní, ale dají se napsat jako součet monotónních funkcí – funkce s touto vlastností jsou důležité a nazývají se funkce s konečnou variací.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Některé funkce sice nejsou monotónní, ale dají se napsat jako součet monotónních funkcí – funkce s touto vlastností jsou důležité a nazývají se funkce s konečnou variací.



Existuje nějaká funkce, která není součtem monotónních funkcí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Některé funkce sice nejsou monotónní, ale dají se napsat jako součet monotónních funkcí – funkce s touto vlastností jsou důležité a nazývají se funkce s konečnou variací.



Existuje nějaká funkce, která není součtem monotónních funkcí?



Samozřejmě jsem ji našel.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Některé funkce sice nejsou monotónní, ale dají se napsat jako součet monotónních funkcí – funkce s touto vlastností jsou důležité a nazývají se funkce s konečnou variací.



Existuje nějaká funkce, která není součtem monotónních funkcí?



Samozřejmě jsem ji našel.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Já jsem tady!

Konec poznámek 5.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 6 :

Je-li f konvexní (nebo konkávní), je množina bodů roviny ležící nad grafem (resp. pod grafem) funkce f tzv. konvexní množinou (i obráceně).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 6 :

Je-li f konvexní (nebo konkávní), je množina bodů roviny ležící nad grafem (resp. pod grafem) funkce f tzv. konvexní množinou (i obráceně).



Podmnožina roviny se nazývá konvexní, jestliže s každými dvěma body v ní leží i celá úsečka, která je spojuje.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V definici konvexní množiny byla potřeba, aby každé dva body určovaly úsečku. Takže stejná definice lze použít pro definici konvexity v Euklidovských prostorech libovolné dimenze, ale i v obecnějších prostorech (tzv. lineárních).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V definici konvexní množiny bylo potřeba, aby každé dva body určovaly úsečku. Takže stejná definice lze použít pro definici konvexity v Euklidovských prostorech libovolné dimenze, ale i v obecnějších prostorech (tzv. lineárních).



Na reálné přímce je množina A konvexní právě když A je interval, což je právě když A je tzv. souvislá.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pozorování 4 vlastně říká, že pro konvexní funkci je směrnice sečny z u do v menší nebo rovna směrnici sečny z v do w . Z toho vyplývá, že funkce, která přiřazuje bodu $v \in (u, w)$ směrnici sečny z u do v , je neklesající (rostoucí, je-li f ryze konvexní).

Konec poznámek 6.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 7 :

Hodnoty součtů, součinů a podílů funkcí jsou definovány bodově, tj. hodnota např. součtu funkcí je součet hodnot funkcí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 7 :

Hodnoty součtů, součinů a podílů funkcí jsou definovány bodově, tj. hodnota např. součtu funkcí je součet hodnot funkcí.



Proto mají tyto operace s funkcemi, např. $x \sin x + (\sqrt{x})^3$, očekávaný přirozený význam.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 7 :

Hodnoty součtů, součinů a podílů funkcí jsou definovány bodově, tj. hodnota např. součtu funkcí je součet hodnot funkcí.



Proto mají tyto operace s funkcemi, např. $x \sin x + (\sqrt{x})^3$, očekávaný přirozený význam.



Podobně pro maxima a minima konečně mnoha funkcí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

U definičních oborů je nutná opatrnost. Např. podíl f/g má za definiční obor $\mathcal{D}(f) \cap \mathcal{D}(g) \setminus \{x; g(x) = 0\}$. Takže podíl dvou identických funkcí x/x má za definiční obor všechna reálná čísla kromě 0. Podíl se však rovná 1 a tato funkce je definována pro všechna reálná čísla. Takže podíl x/x se nerovná konstantní funkci 1 na \mathbb{R} , ale konstantní funkci 1 na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Definiční obor výsledných funkcí se tedy zjišťuje normálním způsobem, tj. hledají se všechny body, ve kterých vše v předpisu funkce má smysl, ale nesmí se před tímto zjištěním výraz pro funkci upravovat.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

U definičních oborů je nutná opatrnost. Např. podíl f/g má za definiční obor $\mathcal{D}(f) \cap \mathcal{D}(g) \setminus \{x; g(x) = 0\}$. Takže podíl dvou identických funkcí x/x má za definiční obor všechna reálná čísla kromě 0. Podíl se však rovná 1 a tato funkce je definována pro všechna reálná čísla. Takže podíl x/x se nerovná konstantní funkci 1 na \mathbb{R} , ale konstantní funkci 1 na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Definiční obor výsledných funkcí se tedy zjišťuje normálním způsobem, tj. hledají se všechny body, ve kterých vše v předpisu funkce má smysl, ale nesmí se před tímto zjištěním výraz pro funkci upravovat.



Polynom je funkce vzniklá z identické funkce použitím konečně mnoha operací násobení a sčítání. Racionální funkce vzniknou z identické funkce použitím konečně mnoha operací sčítání, násobení a dělení.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

U definičních oborů je nutná opatrnost. Např. podíl f/g má za definiční obor $\mathcal{D}(f) \cap \mathcal{D}(g) \setminus \{x; g(x) = 0\}$. Takže podíl dvou identických funkcí x/x má za definiční obor všechna reálná čísla kromě 0. Podíl se však rovná 1 a tato funkce je definována pro všechna reálná čísla. Takže podíl x/x se nerovná konstantní funkci 1 na \mathbb{R} , ale konstantní funkci 1 na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Definiční obor výsledných funkcí se tedy zjišťuje normálním způsobem, tj. hledají se všechny body, ve kterých vše v předpisu funkce má smysl, ale nesmí se před tímto zjištěním výraz pro funkci upravovat.



Polynom je funkce vzniklá z identické funkce použitím konečně mnoha operací násobení a sčítání. Racionální funkce vzniknou z identické funkce použitím konečně mnoha operací sčítání, násobení a dělení.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Tento termín i postup nabízí
srovnání s konstrukcí racionálních čísel.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Tento termín i postup nabízí srovnání s konstrukcí racionálních čísel.



V algebře by se tento postup popsal jako sestavení (v daném okruhu) nejmenšího podokruhu obsahujícího dané prvky – v našem případě je daný okruh množinou všech funkcí a danými prvky identická funkce a všechny konstantní funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je možné definovat relaci uspořádání pro množinu funkcí mající stejný definiční obor M :

$$f \leq g \text{ jestliže } f(x) \leq g(x) \text{ pro každé } x \in M .$$

Toto uspořádání není obecně lineární (kdy je lineární?); někdy se nazývá částečné, protože ne každé dvě funkce jsou srovnatelné (uved'te příklad).

Konec poznámek 7.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 8 :

Pro začátek bývá vhodné si proměnné funkcí, které se skládají, vhodně označit, např. $z = f(y), y = g(x)$. Potom vznikne složená funkce $z = (f \circ g)(x)$ dosazením výrazu $g(x)$ za y do f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 8 :

Pro začátek bývá vhodné si proměnné funkcí, které se skládají, vhodně označit, např. $z = f(y), y = g(x)$. Potom vznikne složená funkce $z = (f \circ g)(x)$ dosazením výrazu $g(x)$ za y do f .



Např. funkce $\sqrt{x^2 + 1}$ je složení funkce $z = \sqrt{y}$ s funkcí $y = x^2 + 1$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Skládání funkcí není komutativní, tj. nemusí platit $f \circ g = g \circ f$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Skládání funkcí není komutativní, tj. nemusí platit $f \circ g = g \circ f$.



Například pro funkce
 $f(x) = x^2, g(x) = x + 2$ je
 $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ oproti
 $(g \circ f)(x) = x^2 + 2$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Speciálním jednoduchým případem sčítání a skládání funkcí je posunutí. Jestliže $g(x) = a + f(b + x)$, vznikne graf funkce g posunutím grafu funkce f o a nahoru a o b doleva.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

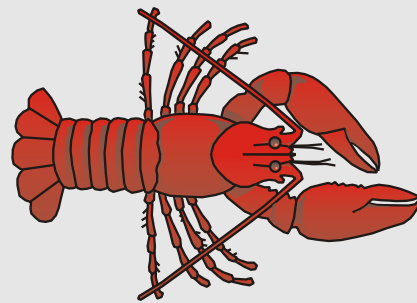
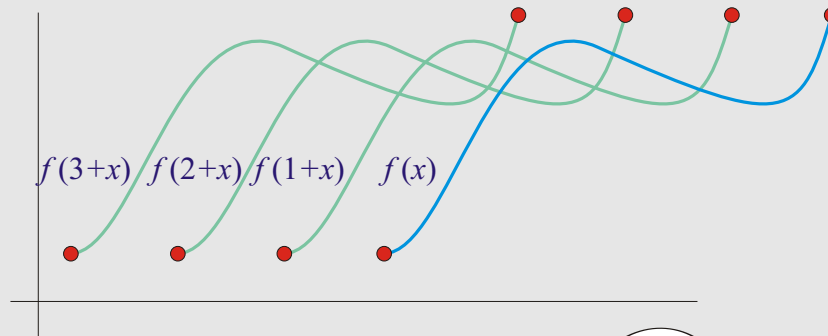
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Speciálním jednoduchým případem sčítání a skládání funkcí je posunutí. Jestliže $g(x) = a + f(b + x)$, vznikne graf funkce g posunutím grafu funkce f o a nahoru a o b doleva.



Couváš
jako
nějakej
šasek



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jestliže f má definiční obor např. interval (s, t) , má funkce g definiční obor $(s - b, t - b)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

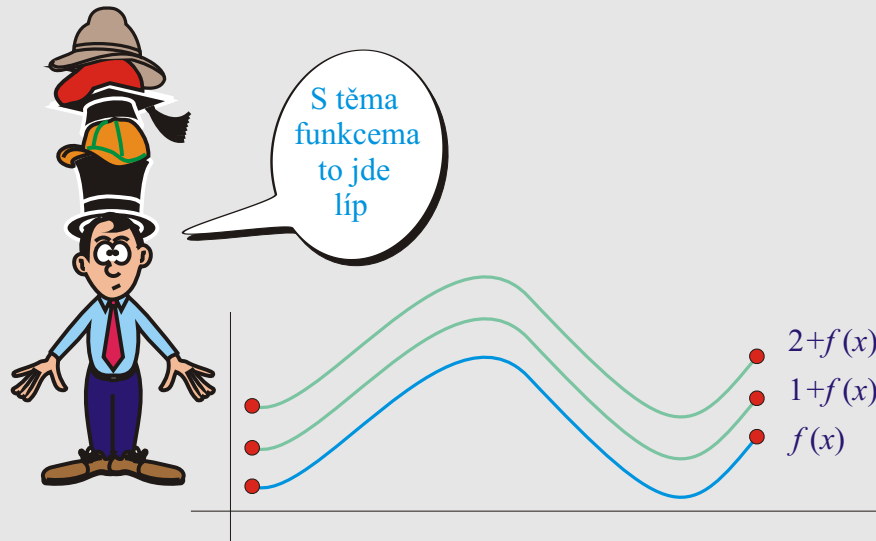
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jestliže f má definiční obor např. interval (s, t) , má funkce g definiční obor $(s - b, t - b)$.



Konec poznámek 8.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 9 :

Označení f^{-1} je nutné odlišovat od převrácené hodnoty $\frac{1}{f}$ funkce, tj. od inverzního prvku k f při operaci násobení funkcí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 9 :

Označení f^{-1} je nutné odlišovat od převrácené hodnoty $\frac{1}{f}$ funkce, tj. od inverzního prvku k f při operaci násobení funkcí.



POZOR !!! To není samo sebou.

Inverzní funkce je inverzním prvkem k f vzhledem k operaci skládání.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 9 :

Označení f^{-1} je nutné odlišovat od převrácené hodnoty $\frac{1}{f}$ funkce, tj. od inverzního prvku k f při operaci násobení funkcí.



POZOR !!! To není samo sebou.

Inverzní funkce je inverzním prvkem k f vzhledem k operaci skládání.



To je samo sebou.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Zjišťovat inverzní funkci k f vlastně znamená řešit rovnici $y = f(x)$ pro neznámou x . Toto řešení musí být pro každé y z dané podmnožiny oboru hodnot f (kde chceme inverzní funkci sestrojít) právě jedno.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zjišťovat inverzní funkci k f vlastně znamená řešit rovnici $y = f(x)$ pro neznámou x . Toto řešení musí být pro každé y z dané podmnožiny oboru hodnot f (kde chceme inverzní funkci sestavit) právě jedno.



To je velmi chytré.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

I když pro danou funkci neexistuje inverzní funkce, často stačí vhodně zmenšit definiční obor dané funkce, aby potom inverzní funkce již existovala.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

I když pro danou funkci neexistuje inverzní funkce, často stačí vhodně zmenšit definiční obor dané funkce, aby potom inverzní funkce již existovala.



S inverzními funkcemi je prostě potíž.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

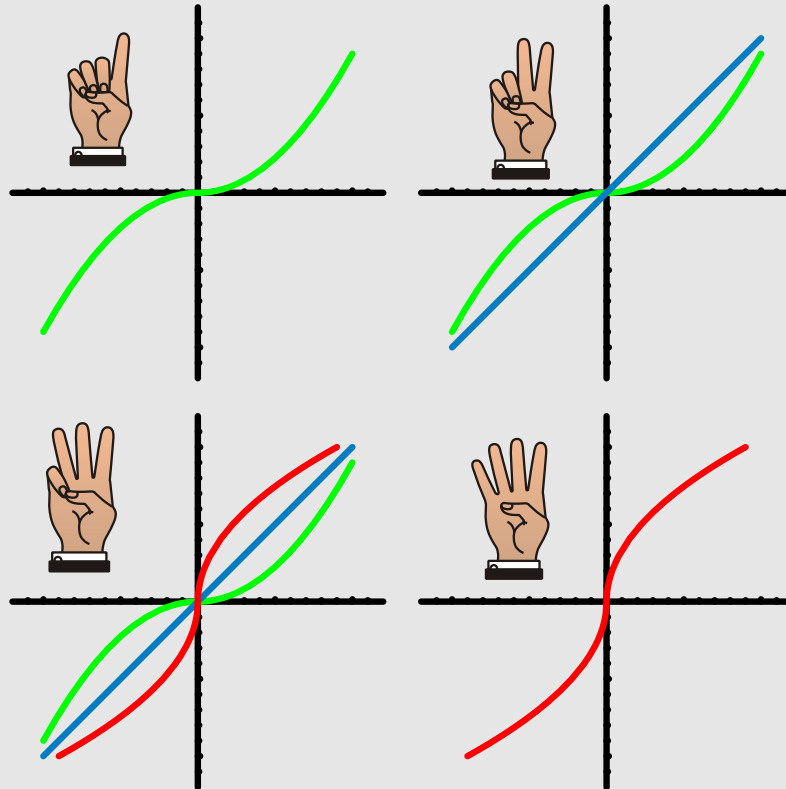
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konstrukce grafu inverzní funkce: zeleně je graf původní funkce $y = f(x)$, modře je diagonála, červeně je graf inverzní funkce $y = f^{-1}(x)$.

Konstrukce inverzní funkce na čtyři doby



Konec poznámek 9.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

PŘÍKLADY

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 1 :

Identická funkce $y = x$ se někdy značí symbolem Id nebo I (pak funkce $y = x^2$ se může značit symbolem Id²).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

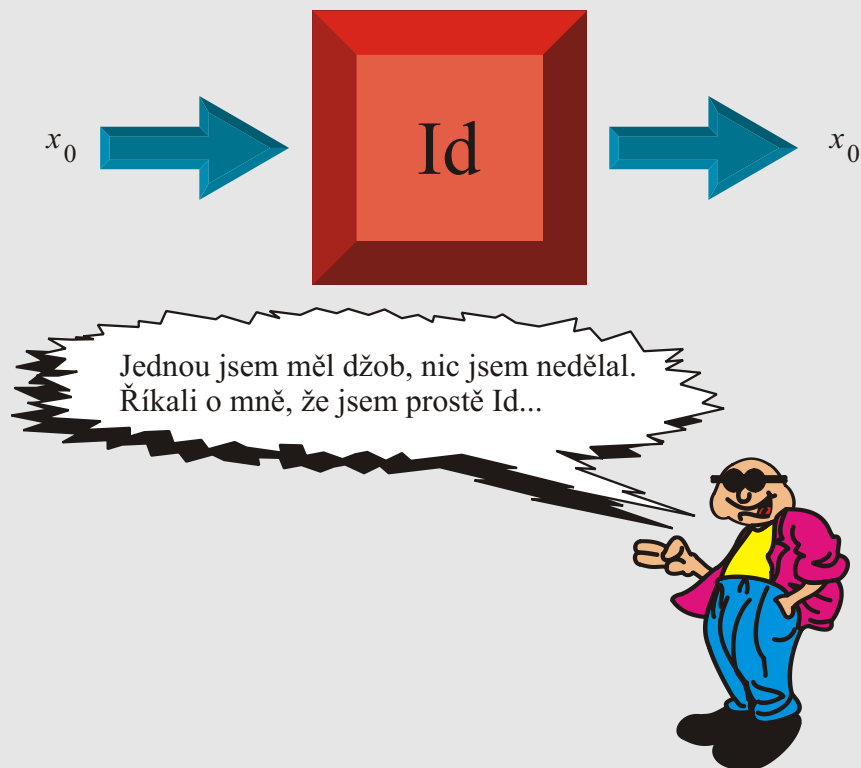
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 1 :

Identická funkce $y = x$ se někdy značí symbolem Id nebo I (pak funkce $y = x^2$ se může značit symbolem Id²).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Funkce sgn (čte se signum) značí znaménko čísla a je definována hodnotami $+1$ pro kladná čísla, -1 pro záporná čísla a 0 v bodě 0 .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce sgn (čte se signum) značí znaménko čísla a je definována hodnotami $+1$ pro kladná čísla, -1 pro záporná čísla a 0 v bodě 0 .



Funkce sgn je konstantní na intervalu $(-\infty, 0)$ i na intervalu $(0, \infty)$ ale nikoli na jejich sjednocení.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

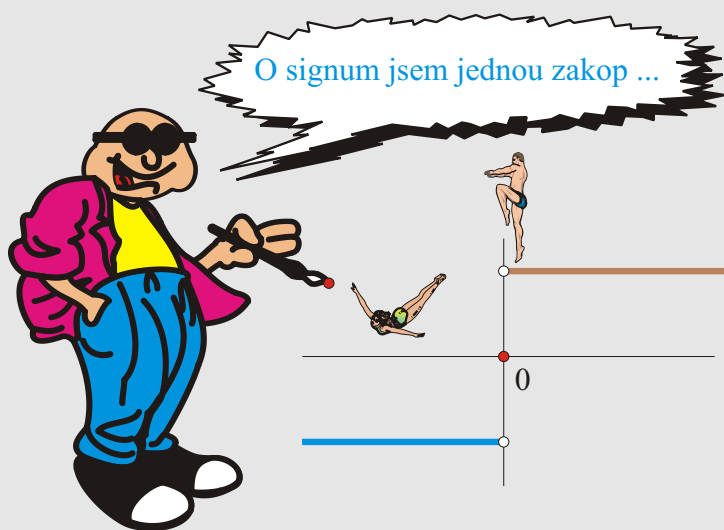
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce sgn (čte se signum) značí znaménko čísla a je definována hodnotami $+1$ pro kladná čísla, -1 pro záporná čísla a 0 v bodě 0 .



Funkce sgn je konstantní na intervalu $(-\infty, 0)$ i na intervalu $(0, \infty)$ ale nikoli na jejich sjednocení.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = |x|$ přiřazuje číslu x jeho absolutní hodnotu, tedy vzdálenost od bodu 0.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = |x|$ přiřazuje číslu x jeho absolutní hodnotu, tedy vzdálenost od bodu 0.



Tuto funkci lze definovat i po částech jako

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{pro } x \leq 0; \\ x, & \text{pro } x \geq 0. \end{cases}$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = |x|$ přiřazuje číslu x jeho absolutní hodnotu, tedy vzdálenost od bodu 0.

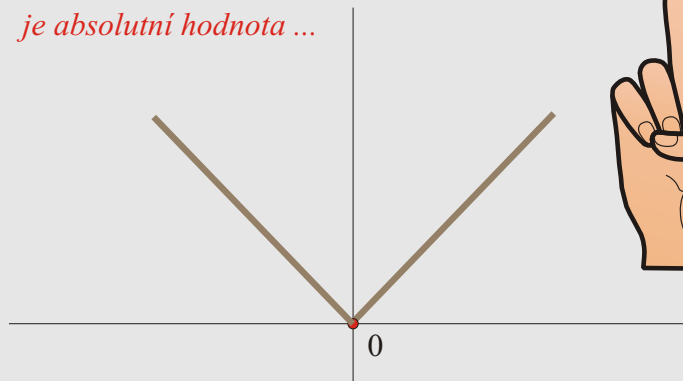


Tuto funkci lze definovat i po částech jako

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{pro } x \leq 0; \\ x, & \text{pro } x \geq 0. \end{cases}$$



*Absolutní vítězství
je absolutní hodnota ...*



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = |x|$ přiřazuje číslu x jeho absolutní hodnotu, tedy vzdálenost od bodu 0.

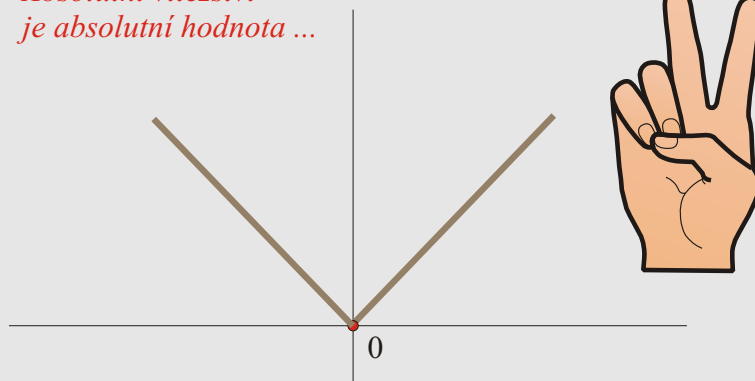


Tuto funkci lze definovat i po částech jako

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{pro } x \leq 0; \\ x, & \text{pro } x \geq 0. \end{cases}$$



*Absolutní vítězství
je absolutní hodnota ...*



Uvedené intervaly $(-\infty, 0]$, $[0, \infty)$ nejsou disjunktní a je nutné vědět, že v jejich průniku (tj v bodě 0) jsou obě hodnoty stejné (tj $x = -x$ pro $x = 0$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = \sqrt{x}$ přiřazuje nezápornému číslu x jeho druhou odmocninu. Podobně funkce $y = \sqrt[n]{x}$ (pro $n \in \mathbb{N}$) přiřazuje nezápornému číslu x jeho n -tou odmocninu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

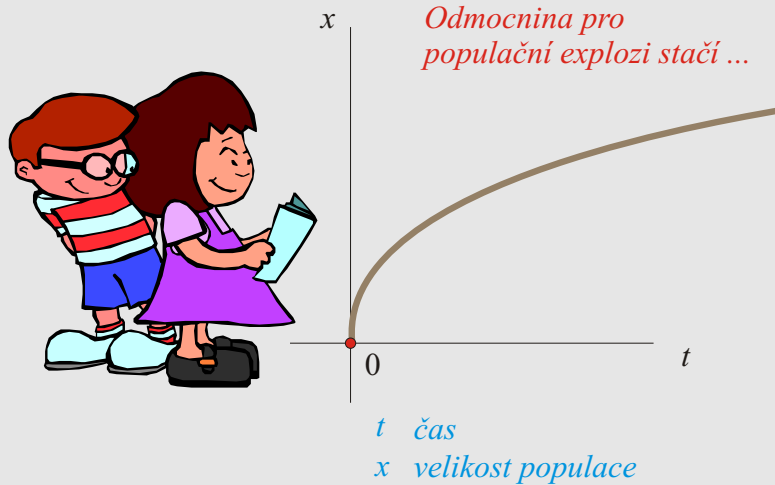
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = \sqrt{x}$ přiřazuje nezápornému číslu x jeho druhou odmocninu. Podobně funkce $y = \sqrt[n]{x}$ (pro $n \in \mathbb{N}$) přiřazuje nezápornému číslu x jeho n -tou odmocninu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li $r \in \mathbb{R}$, přiřazuje funkce $y = x^r$ číslu x jeho r -tou mocninu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

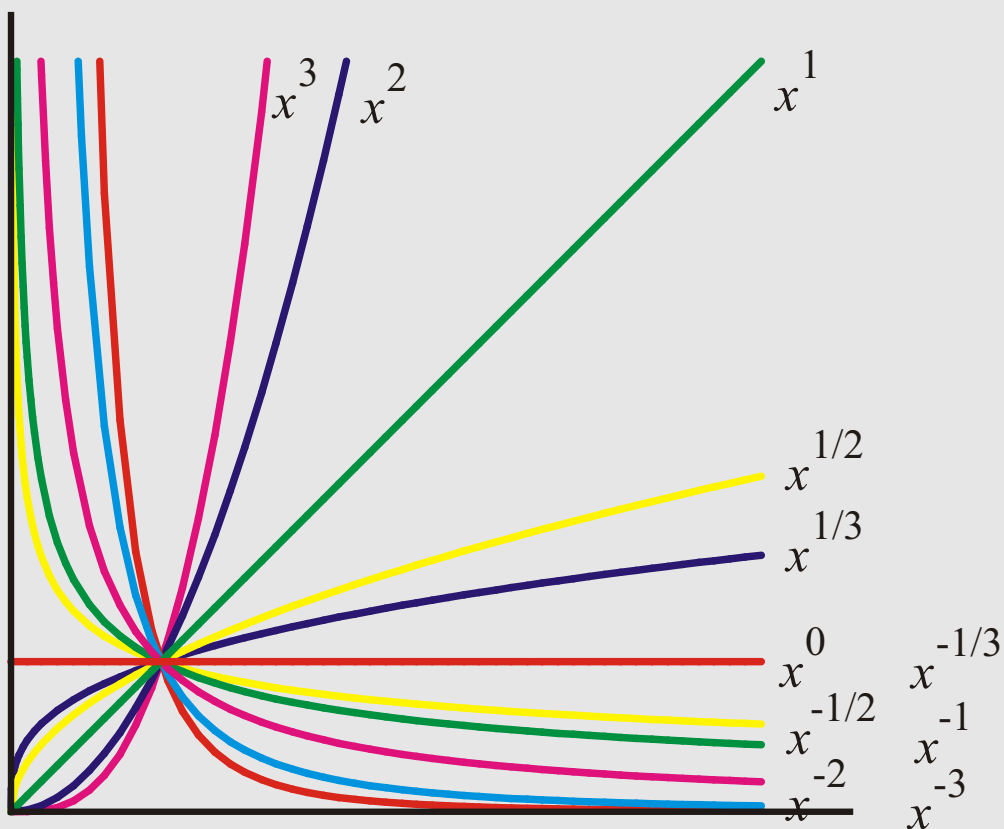
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li $r \in \mathbb{R}$, přiřazuje funkce $y = x^r$ číslu x jeho r -tou mocninu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Je-li $a > 0$, funkce $y = a^x$ číslu x přiřazuje x -tou mocninu s pevným základem a . Tato funkce se nazývá obecná exponenciální funkce (nebo obecná mocnina) — viz definice mocniny.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

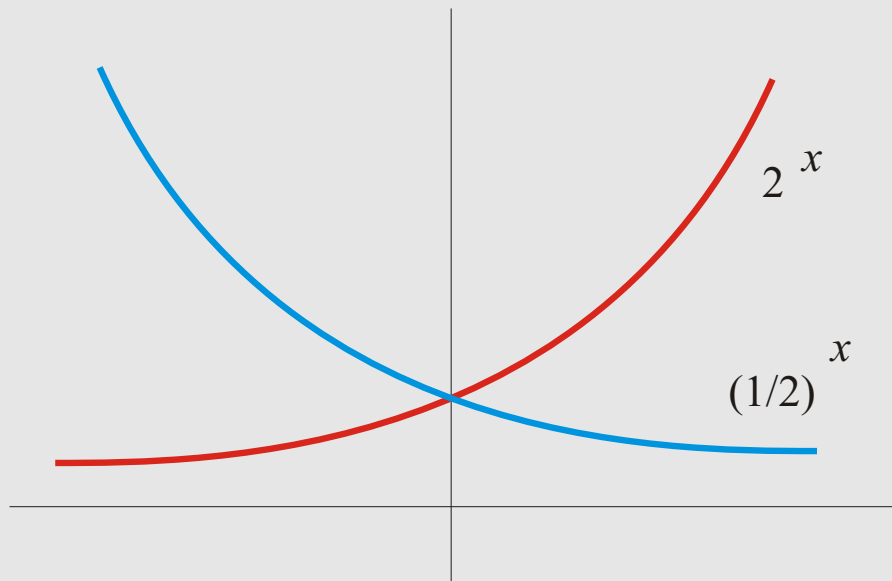
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li $a > 0$, funkce $y = a^x$ číslu x přiřazuje x -tou mocninu s pevným základem a . Tato funkce se nazývá obecná exponenciální funkce (nebo obecná mocnina) — viz definice mocniny.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li $a > 0, a \neq 1$, přiřazuje funkce $y = \log_a x$ kladnému číslu x jeho logaritmus při základu a — viz definici logaritmu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

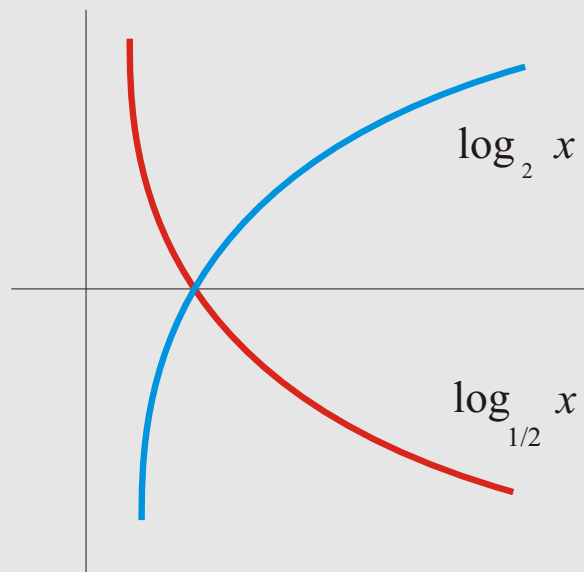
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li $a > 0, a \neq 1$, přiřazuje funkce $y = \log_a x$ kladnému číslu x jeho logaritmus při základu a — viz definici logaritmu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické (trigonometrické) funkce sin, cos, tg a cotg se budou zatím chápat tak, jak byly zavedeny na střední škole.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

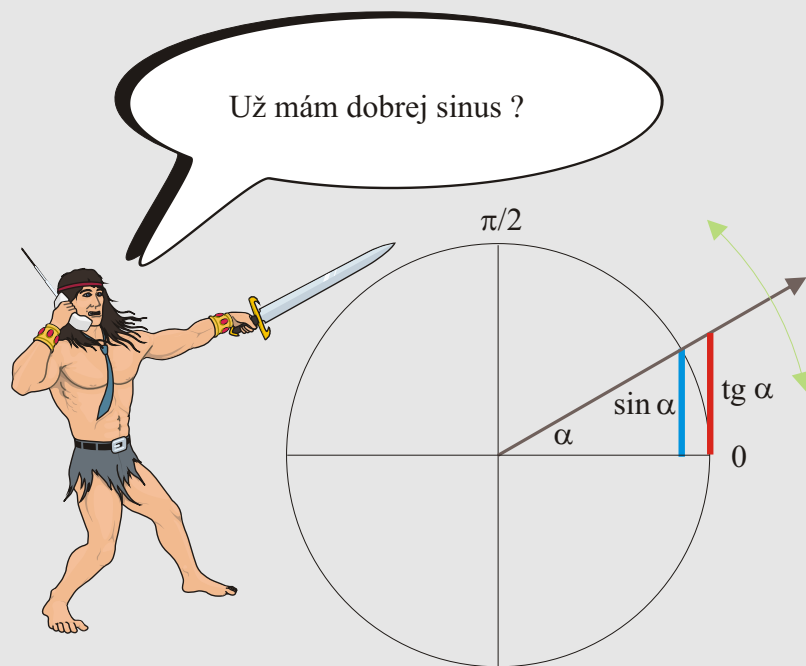
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické (trigonometrické) funkce sin, cos, tg a cotg se budou zatím chápat tak, jak byly zavedeny na střední škole.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkci sinus a její průběh známe dobře.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

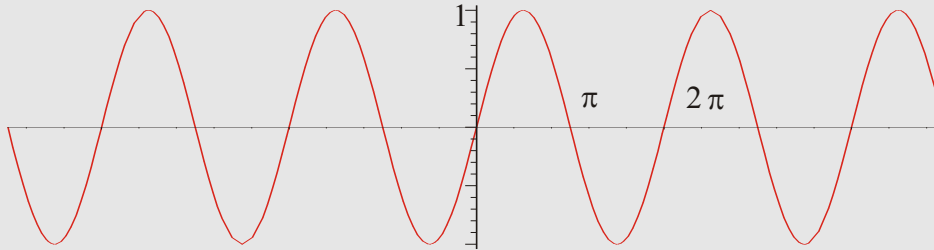
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkci sinus a její průběh známe dobře.



Toto zavedení je provedeno obvykle pomocí pojmu délky úsečky a je těžké pomocí něho počítat hodnoty a dokazovat některé vlastnosti. Později budou tyto funkce zavedeny jiným, vhodnějším způsobem.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Funkce, která má hodnotu 0 v iracionálních číslech a hodnotu 1 v racionálních číslech, se nazývá Dirichletova funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

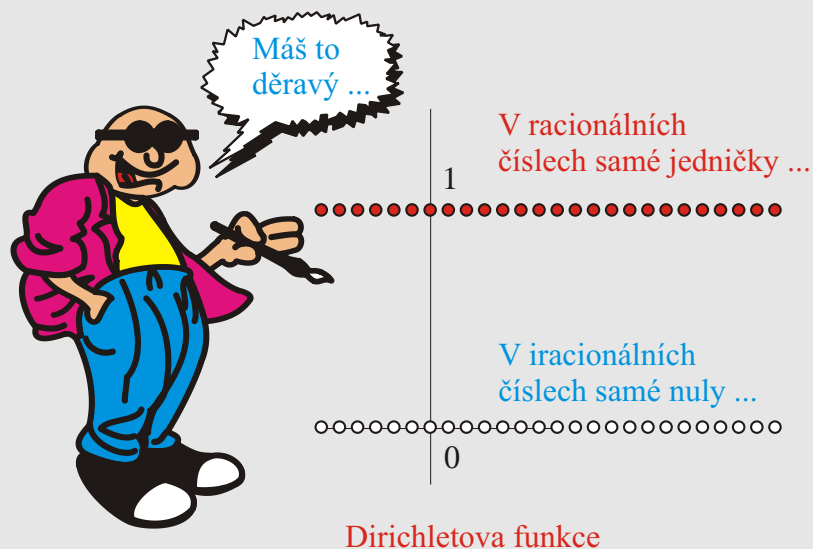
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce, která má hodnotu 0 v iracionálních číslech a hodnotu 1 v racionálních číslech, se nazývá Dirichletova funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce, která má hodnotu 0 v iracionálních číslech a v bodě 0, hodnotu $1/q$ v racionálních číslech p/q (p, q jsou nesoudělná a $q > 0$), se nazývá Riemannova funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

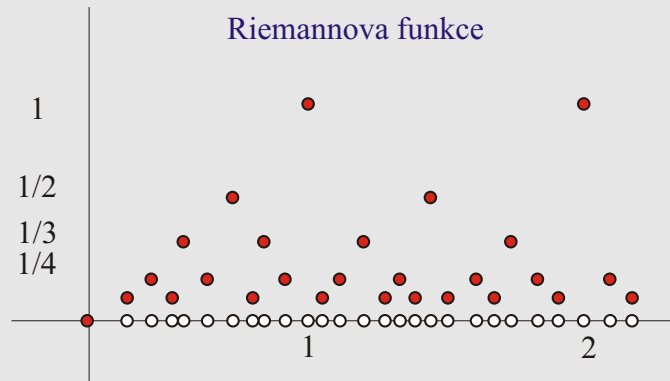
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce, která má hodnotu 0 v iracionálních číslech a v bodě 0, hodnotu $1/q$ v racionálních číslech p/q (p, q jsou nesoudělná a $q > 0$), se nazývá Riemannova funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Riemannova funkce, hmmm ...
Je v celých číslech **jednička**,
v polovinách **polovina**,
ve třetinách **třetina** a tak dál,
v iracionálních je to **NULA !!!**



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Tabulka zachycující teploty vzduchu po určitých časových intervalech udává funkci, jejíž definiční obor jsou časové údaje (je to tedy konečná množina) a hodnoty jsou příslušné naměřené teploty.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Tabulka zachycující teploty vzduchu po určitých časových intervalech udává funkci, jejíž definiční obor jsou časové údaje (je to tedy konečná množina) a hodnoty jsou příslušné naměřené teploty.



Náročnost jednotlivých semestrů lze zaznamenat jako funkci na konečné množině a znázornit graficky ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

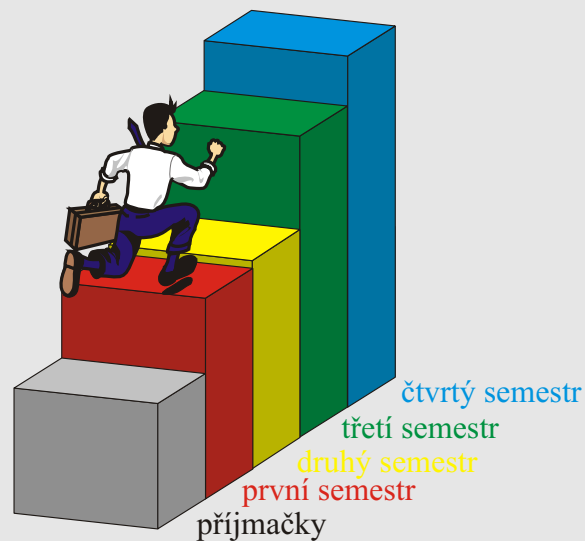
Tabulka zachycující teploty vzduchu po určitých časových intervalech udává funkci, jejíž definiční obor jsou časové údaje (je to tedy konečná množina) a hodnoty jsou příslušné naměřené teploty.



Náročnost jednotlivých semestrů lze zaznamenat jako funkci na konečné množině a znázornit graficky ...



Náročnost studia



Konec příkladů 1.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 2 :

Funkce identická má za definiční obor všechna reálná čísla, protože hodnota x má smysl pro každý bod x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

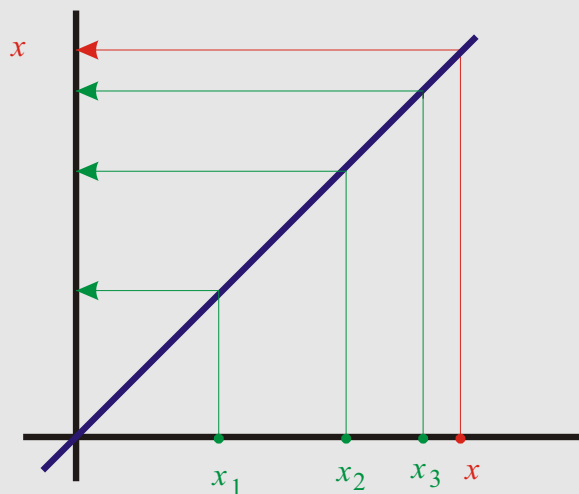
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 2 :

Funkce identická má za definiční obor všechna reálná čísla, protože hodnota x má smysl pro každý bod x .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podobně funkce absolutní hodnota (při definici $y = |x|$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

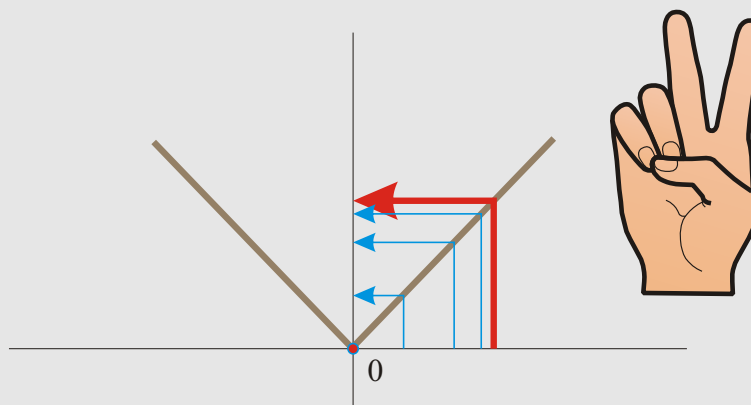
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podobně funkce absolutní hodnota (při definici $y = |x|$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce odmocnina má za definiční obor všechna nezáporná čísla (tedy interval $[0, \infty)$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

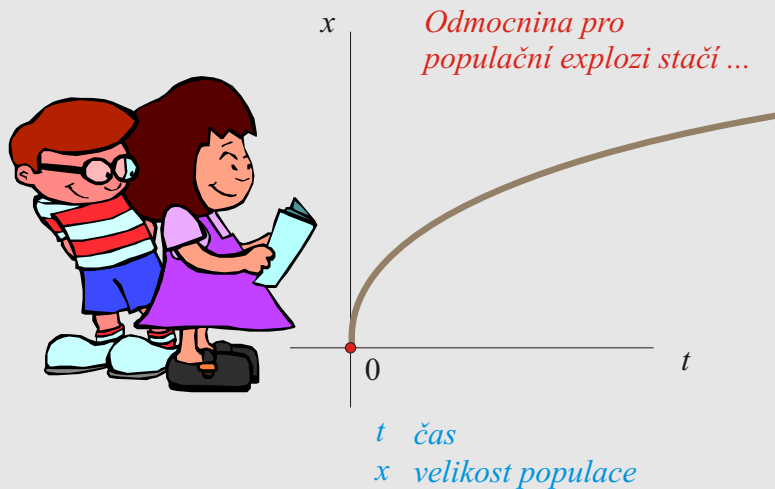
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce odmocnina má za definiční obor všechna nezáporná čísla (tedy interval $[0, \infty)$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obecná exponenciální funkce $y = a^x$ je definována na celém \mathbb{R} , kdežto mocnná funkce $y = x^a$ je obecně definována jen na $(0, +\infty)$. Pro některá speciální čísla a je definována na větších množinách (rozvažte všechny případy).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

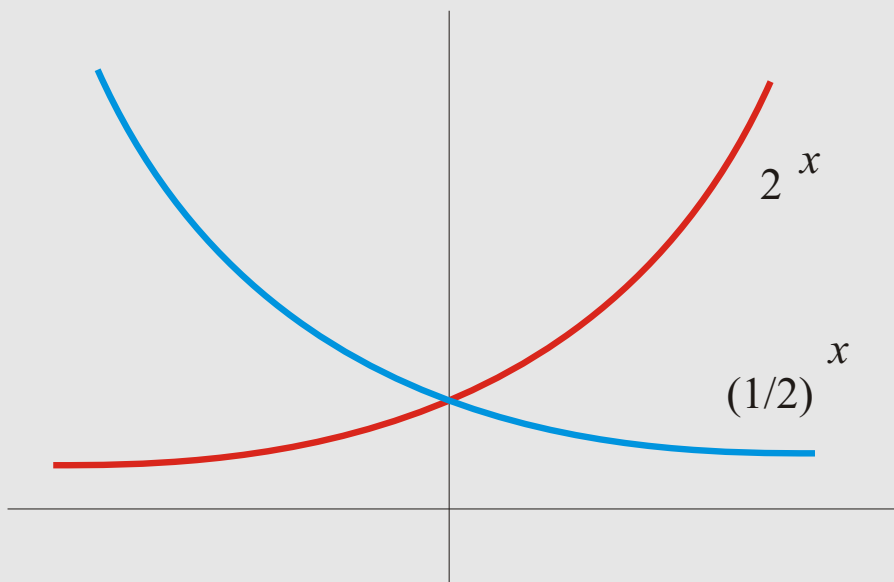
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obecná exponenciální funkce $y = a^x$ je definována na celém \mathbb{R} , kdežto mocninná funkce $y = x^a$ je obecně definována jen na $(0, +\infty)$. Pro některá speciální čísla a je definována na větších množinách (rozvažte všechny případy).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Logaritmická funkce \log_a je definována na $(0, +\infty)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

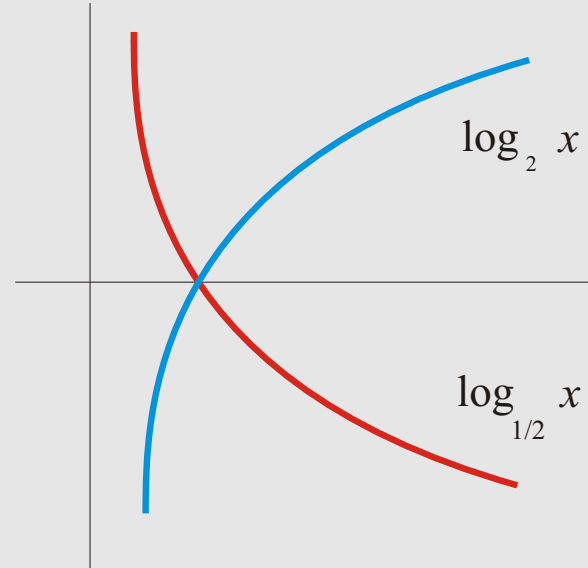
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Logaritmická funkce \log_a je definována na $(0, +\infty)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce sgn, Dirichletova i Riemannova mají za definiční obor všechna reálná čísla, protože pro všechna reálná čísla byly definovány.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce sinus a cosinus mají za definiční obor všechna reálná čísla.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce sinus a cosinus mají za definiční obor všechna reálná čísla.



Někdy se definují nejprve jen pro čísla z intervalu $[0, \pi/2]$ a vhodným způsobem (definicí po částech) se rozšíří na další intervaly.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce sinus a cosinus mají za definiční obor všechna reálná čísla.



Někdy se definují nejprve jen pro čísla z intervalu $[0, \pi/2]$ a vhodným způsobem (definicí po částech) se rozšíří na další intervaly.



Např. $\sin x = \sin(\pi - x)$ pro $x \in [\pi/2, \pi]$, $\sin x = -\sin(x - \pi)$ pro $x \in [\pi, 2\pi]$ a konečně $\sin x = \sin(x - 2k\pi)$ pro $x \in [2k\pi, 2(k + 1)\pi]$, kde k je celé číslo. Funkce \cos se pak může definovat předpisem $\cos x = \sin(\pi/2 - x)$ pro všechna reálná čísla.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce sinus a cosinus mají za definiční obor všechna reálná čísla.



Někdy se definují nejprve jen pro čísla z intervalu $[0, \pi/2]$ a vhodným způsobem (definicí po částech) se rozšíří na další intervaly.



Např. $\sin x = \sin(\pi - x)$ pro $x \in [\pi/2, \pi]$, $\sin x = -\sin(x - \pi)$ pro $x \in [\pi, 2\pi]$ a konečně $\sin x = \sin(x - 2k\pi)$ pro $x \in [2k\pi, 2(k + 1)\pi]$, kde k je celé číslo. Funkce \cos se pak může definovat předpisem $\cos x = \sin(\pi/2 - x)$ pro všechna reálná čísla.



S některými vzorečky budeme občas pracovat. Doporučuji si některé napsat na papírek a nosit ho s sebou.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrická funkce tangens je definována předpisem $\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$ a má tedy za definiční obor ta reálná čísla, kde je jmenovatel \cos různý od nuly, tj. všechna reálná čísla různá od lichých násobků $\pi/2$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

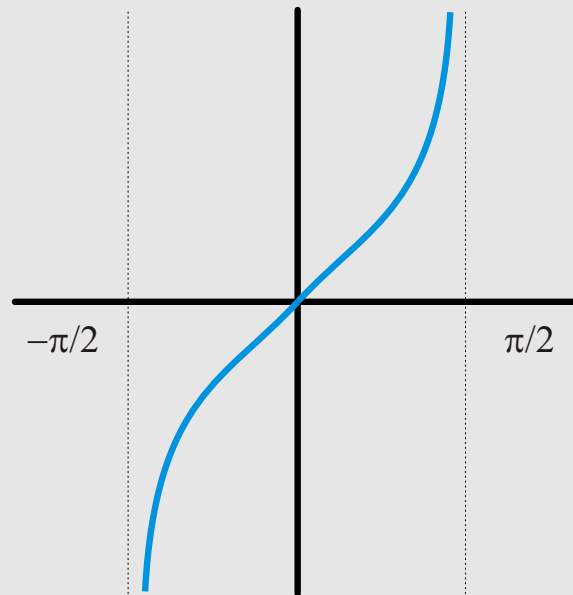
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrická funkce tangens je definována předpisem $\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$ a má tedy za definiční obor ta reálná čísla, kde je jmenovatel \cos různý od nuly, tj. všechna reálná čísla různá od lichých násobků $\pi/2$.



tangens



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrická funkce cotangens je definována předpisem $\cotg x = \cos x / \sin x$ a má tedy za definiční obor ta reálná čísla, kde je jmenovatel \sin různý od nuly, tj. všechna reálná čísla různá od (celočíslných) násobků π .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrická funkce cotangens je definována předpisem $\cotg x = \cos x / \sin x$ a má tedy za definiční obor ta reálná čísla, kde je jmenovatel \sin různý od nuly, tj. všechna reálná čísla různá od (celočíselných) násobků π .



Konec příkladů 2.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 3 :

Grafem konstantní funkce je přímka rovnoběžná s osou x nebo její část, podle toho, jaký je definiční obor funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

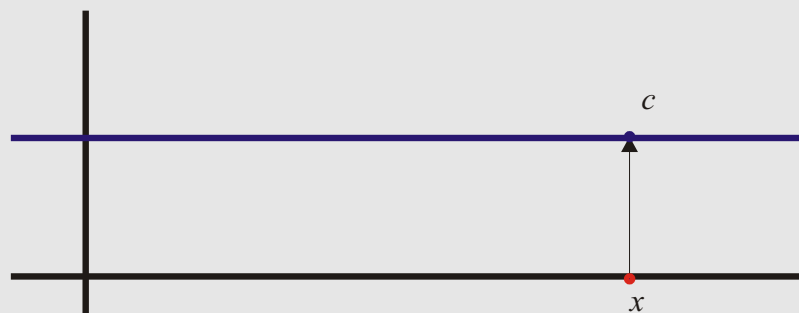
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 3 :

Grafem konstantní funkce je přímka rovnoběžná s osou x nebo její část, podle toho, jaký je definiční obor funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

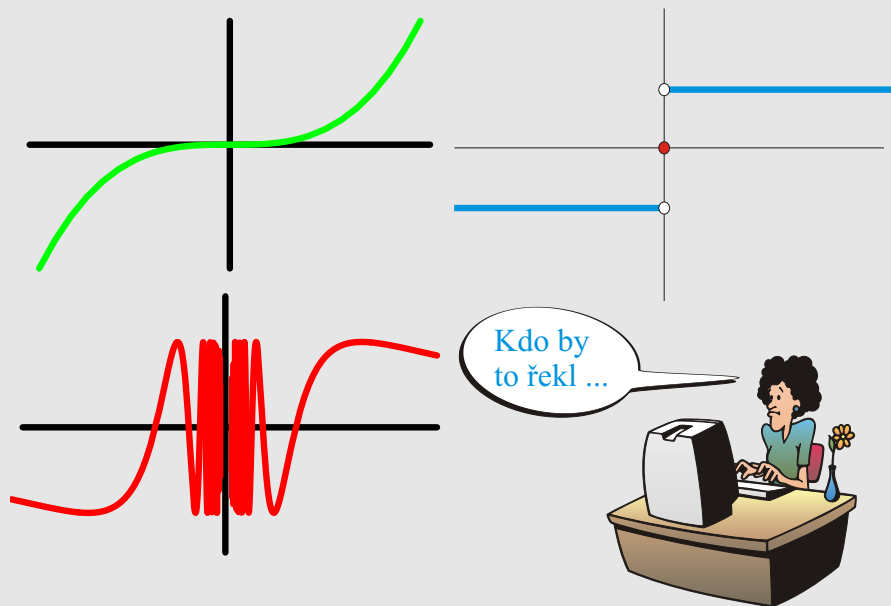
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Následující obrázek ukazuje grafy funkcí $y = x^3$, $y = \operatorname{sgn} x$, $y = \sin \frac{1}{x}$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf Dirichletovy funkce je podmnožinou dvou přímek v rovině.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

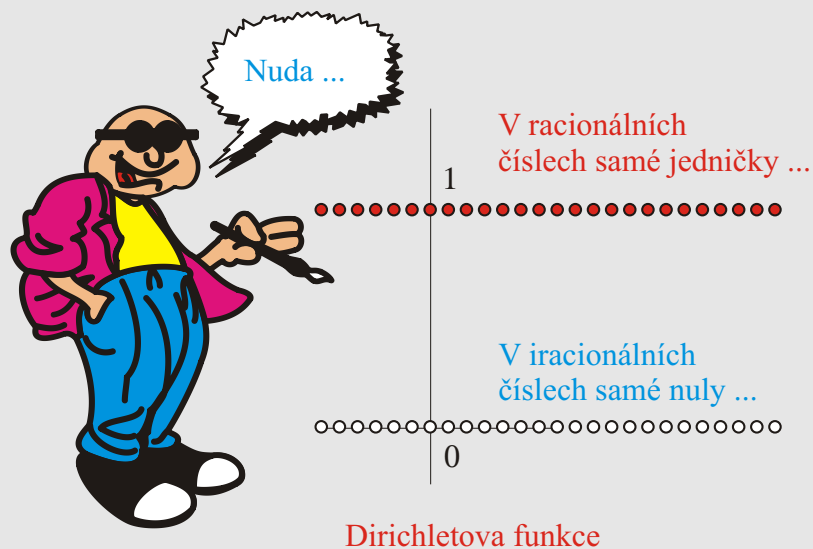
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Graf Dirichletovy funkce je podmnožinou dvou přímek v rovině.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Není snadné nakreslit graf Riemannovy funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

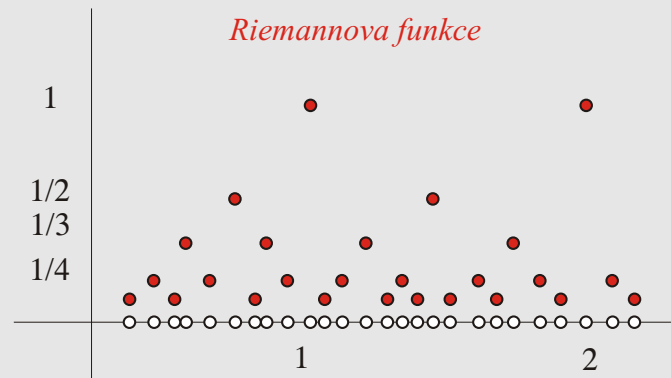
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Není snadné nakreslit graf Riemannovy funkce.



Já dovedu fšecko ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Graf posloupnosti nebo funkce vzniklé z tabulky měření je tvořen „izolovanými“ body v rovině.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

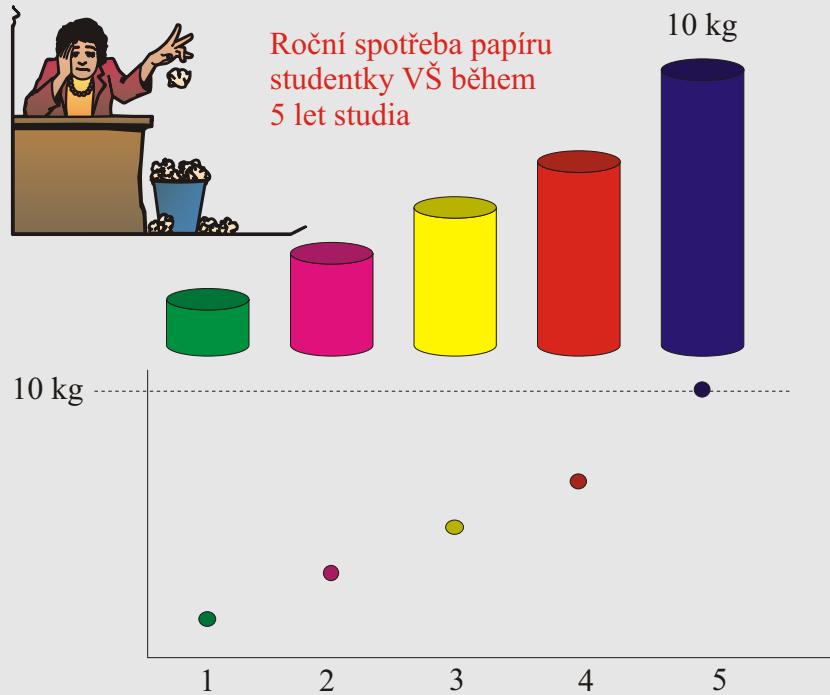
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Graf posloupnosti nebo funkce vzniklé z tabulky měření je tvořen „izolovanými“ body v rovině.



Konec příkladů 3.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 4 :

Sudé jsou např. funkce $x^2, x^4, 1/x^2$ (obecněji, každá funkce tvaru $x^{2k}, k \in \mathbb{Z}$, je sudá).
Dalšími sudými funkcemi jsou např. $|x|, \cos$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Liché jsou např. funkce $x, x^3, 1/x$ (obecněji, každá funkce tvaru $x^{2k+1}, k \in \mathbb{Z}$, je lichá). Dalšími lichými funkcemi jsou např. $\operatorname{sgn}, \sin, \operatorname{tg}, \operatorname{cotg}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce jsou periodické: sin a cos mají periodu 2π , tg a cotg nemají periodu π , protože podle naší definice požadujeme definiční obor celou reálnou osu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Goniometrické funkce jsou periodické: \sin a \cos mají periodu 2π , tg a cotg nemají periodu π , protože podle naší definice požadujeme definiční obor celou reálnou osu.



Dokažte to.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

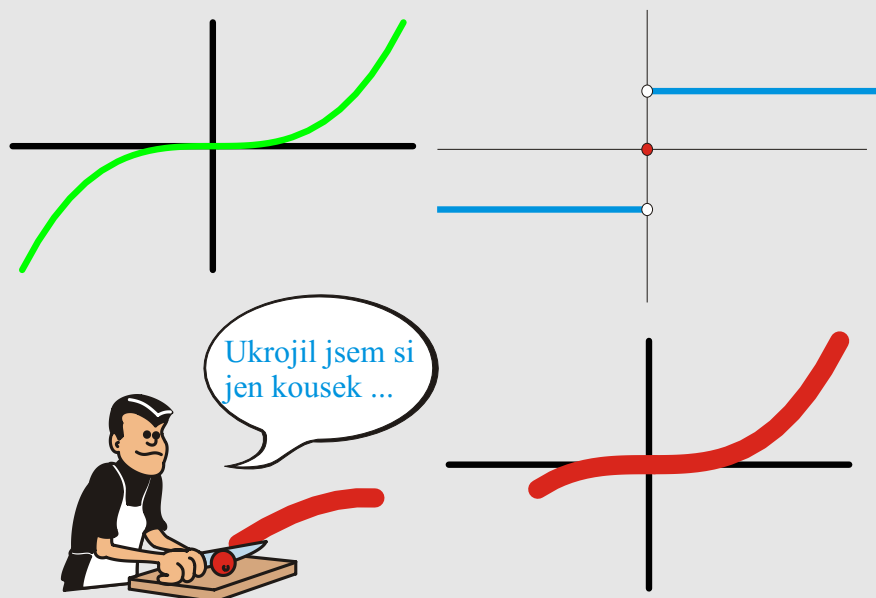
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Z následujících tří grafů jsou první dva grafy lichých funkcí, třetí nikoli, i když se také jedná o funkci x^3 , ale definovanou na množině nesymetrické kolem 0:



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Obecná exponenciální funkce a^x je sudá právě pro $a = 1$, lichá není nikdy.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obecná exponenciální funkce a^x je sudá právě pro $a = 1$, lichá není nikdy.



Logaritmická funkce není ani lichá, ani sudá, ani periodická.

Konec příkladů 4.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 5 :

Funkce sinus je rostoucí na intervalu $\langle -\pi/2, \pi/2 \rangle$, ale není monotónní na intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce tangens je rostoucí na intervalech $(-\pi/2, \pi/2)$ a $(\pi/2, \pi)$, ale není monotónní na intervalu $(0, \pi)$ (proč?).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Každá funkce tvaru x^{2k-1} , $k \in \mathbb{N}$, je rostoucí, funkce x^{2k} , $k \in \mathbb{N}$ klesající na $(-\infty, 0]$ a rostoucí na $[0, +\infty)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Každá funkce tvaru x^{2k-1} , $k \in \mathbb{N}$, je rostoucí, funkce x^{2k} , $k \in \mathbb{N}$ klesající na $(-\infty, 0]$ a rostoucí na $[0, +\infty)$.



Obecněji, funkce x^a je rostoucí pro $a > 0$, konstantní pro $a = 0$, klesající pro $a < 0$ na $(0, +\infty)$. Pro $a \neq 0$ není omezená.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Obecná exponenciální funkce a^x je rostoucí pro $a > 1$, konstantní pro $a = 1$, klesající pro $0 < a < 1$. Pro $a \neq 1$ není omezená.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $\log_a x$ je rostoucí pro $a > 1$ a klesající pro $0 < a < 1$. Není omezená.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce sin a cos jsou omezené funkce, tg ani cotg nejsou omezené funkce (ani shora ani zdola).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $1/x$ je omezená zdola na $(0, +\infty)$ a není tam omezená shora.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

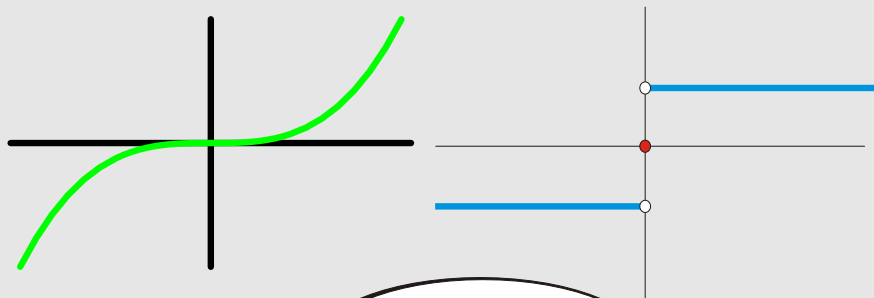
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

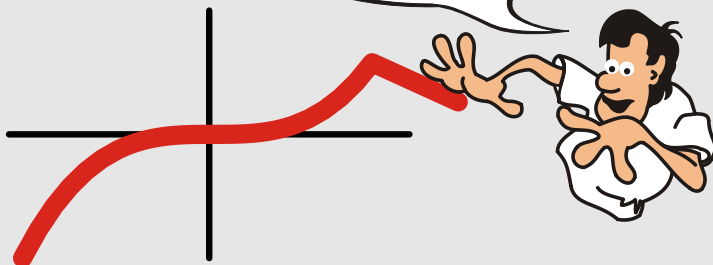
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

V následujícím obrázku náleží první graf funkci rostoucí, druhý graf funkci neklesající, třetí graf není grafem monotónní funkce.



Jen jsem to trochu zmáčknul



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Dirichletova a Riemannova funkce nejsou monotónní na žádném intervalu.

Konec příkladů 5.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 6 :

Každá funkce tvaru x^{2k} , $k \in \mathbb{N}$, je ryze konvexní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konstantní funkce je konvexní i konkávní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $1/x^2$ je ryze konvexní na $(-\infty, 0)$ i na $(0, +\infty)$ a není konvexní na svém definičním oboru (proč?).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze středoškolských znalostí o goniometrických funkcích se jejich konvexita nebo konkávita dokazují velmi složitě.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze středoškolských znalostí o goniometrických funkcích se jejich konvexita nebo konkávita dokazují velmi složitě.



V kapitole o aplikacích derivací budou nalezeny metody, jak snadněji konvexitu zjišťovat. Nyní lze usoudit ze zkusmo nakreslených grafů, že funkce \sin je ryze konkávní na $[0, \pi]$ a ryze konvexní na $[\pi, 2\pi]$ (u funkce \cos jsou tyto vlastnosti posunuty o $\pi/2$ vlevo).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze středoškolských znalostí o goniometrických funkcích se jejich konvexita nebo konkávita dokazují velmi složitě.



V kapitole o aplikacích derivací budou nalezeny metody, jak snadněji konvexitu zjišťovat. Nyní lze usoudit ze zkusmo nakreslených grafů, že funkce \sin je ryze konkávní na $[0, \pi]$ a ryze konvexní na $[\pi, 2\pi]$ (u funkce \cos jsou tyto vlastnosti posunuty o $\pi/2$ vlevo).



Funkce \tan je konkávní na $(-\pi/2, 0)$ a konvexní na $(0, \pi/2)$ (jak je to u funkce \cot ?).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Není snadné z definice ukázat, že obecná exponenciální funkce a^x je ryze konvexní pro $a \neq 1$. Velmi snadné je to z charakteristiky konvexity uvedené na konci následujících *Otázek*. Ukažte to.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Není snadné z definice ukázat, že obecná exponenciální funkce a^x je ryze konvexní pro $a \neq 1$. Velmi snadné je to z charakteristiky konvexity uvedené na konci následujících *Otázek*. Ukažte to.



Ukažte, že tutéž charakteristiku lze použít ke snadnému důkazu konvexity \log_a pro $0 < a < 1$ a konkávnosti \log_a pro $a > 1$.

Konec příkladů 6.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 7 :

Funkce $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$ má za definiční obor interval $\langle 0, \infty \rangle$, i když se v těchto bodech rovná funkci $\sqrt{x^2} = |x|$, která je definovaná všude.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 7 :

Funkce $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$ má za definiční obor interval $\langle 0, \infty \rangle$, i když se v těchto bodech rovná funkci $\sqrt{x^2} = |x|$, která je definovaná všude.



Podobně platí rovnost

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

v definičním oboru funkce na levé straně, tj pro $x \neq 1$, ale definiční obor funkce na pravé straně je celé \mathbb{R} .

Konec příkladů 7.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 8 :

Funkce $\sqrt{\sin \sqrt{x^2 + 1}}$ je složení čtyř funkcí: $z = \sqrt{u}$, $u = \sin v$, $v = \sqrt{y}$, $y = x^2 + 1$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $\sqrt{1-x^2} + 1/x$ má za definiční obor intervaly $[-1, 0) \cup (0, 1]$, tj. společné body definičního oboru $[-1, 1]$ první funkce a definičního oboru $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ druhé funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Složení Dirichletovy funkce se sebou je konstantní funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Složení Riemannovy funkce se sebou je opět Riemannova funkce, tj., platí $f \circ f = f$ (takovou vlastnost má i identická funkce a funkce signum).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Složení Riemannovy funkce se sebou je opět Riemannova funkce, tj., platí $f \circ f = f$ (takovou vlastnost má i identická funkce a funkce signum).



Funkce s touto vlastností se nazývají **idempotentní** (vzhledem ke skládání).

Konec příkladů 8.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 9 :

Identická funkce $y = x$ má za inverzní funkci sebe samu, tedy opět identickou funkci.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = 1/x$ má za inverzní funkci také sebe samu.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = x^2$ nemá na \mathbb{R} inverzní funkci (proč?), ale má inverzní funkci na $(-\infty, 0]$ nebo na $[0, \infty)$, a to $\text{sign}(x)\sqrt{|x|}$ (tedy \sqrt{x} pro $x > 0$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce $y = x^2$ nemá na \mathbb{R} inverzní funkci (proč?), ale má inverzní funkci na $(-\infty, 0]$ nebo na $[0, \infty)$, a to $\text{sign}(x)\sqrt{|x|}$ (tedy \sqrt{x} pro $x > 0$).



Obecněji lze říci, že funkce $y = x^{2k}$ ($k \in \mathbb{N}$) má inverzní funkci na $[0, \infty)$ (je tam rostoucí) a funkce $y = x^{2k-1}$ ($k \in \mathbb{N}$) má inverzní funkci na $(-\infty, \infty)$ (je tam rostoucí), a to příslušnou odmocninou $\sqrt[2k]{x}$, resp. $\sqrt[2k+1]{x}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Logaritmická funkce $\log_a x$ a obecná exponenciální funkce a^x jsou navzájem inverzní (pro $a > 0, a \neq 1$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cyklometrické funkce arcsin, arccos, arctg, arccotg



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cyklometrické funkce arcsin, arccos, arctg, arccotg



Goniometrické funkce nejsou prosté na svém definičním oboru, ale jen na jeho částech.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cyklometrické funkce arcsin, arccos, arctg, arccotg



Goniometrické funkce nejsou prosté na svém definičním oboru, ale jen na jeho částech.



Jsou to však periodické funkce a jsou prosté na intervalech, z kterých lze funkce snadno dodefinovat na ostatních intervalech.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cyklometrické funkce arcsin, arccos, arctg, arccotg



Goniometrické funkce nejsou prosté na svém definičním oboru, ale jen na jeho částech.



Jsou to však periodické funkce a jsou prosté na intervalech, z kterých lze funkce snadno dodefinovat na ostatních intervalech.



Ověření toho, že příslušné funkce jsou prosté na uvedených intervalech je lépe odsunout do další kapitoly, kde již budou k dispozici vhodnější nástroje.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

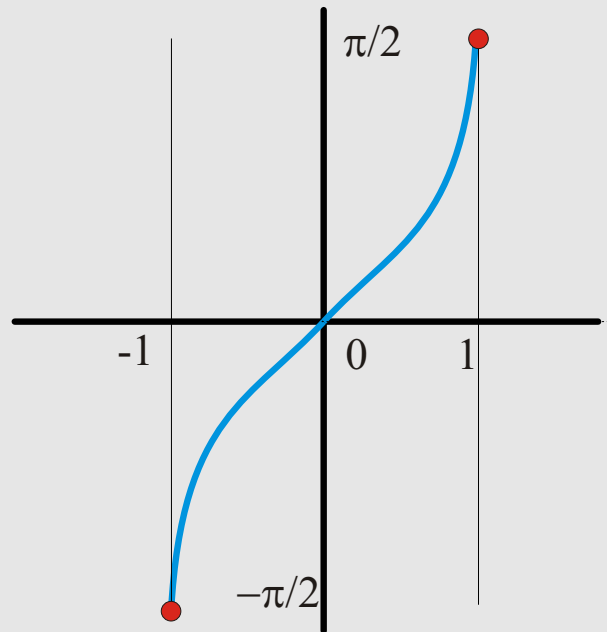
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce \sin je rostoucí na $[-\pi/2, \pi/2]$, tento interval zobrazuje na $[-1, 1]$. Na $[-1, 1]$ tedy existuje inverzní funkce (značí se \arcsin), která je rostoucí a zobrazuje $[-1, 1]$ na $[-\pi/2, \pi/2]$. Funkce $\arcsin x$ je konkávní na $(-1, 0)$ a konvexní na $(0, 1)$.



arkus sinus

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

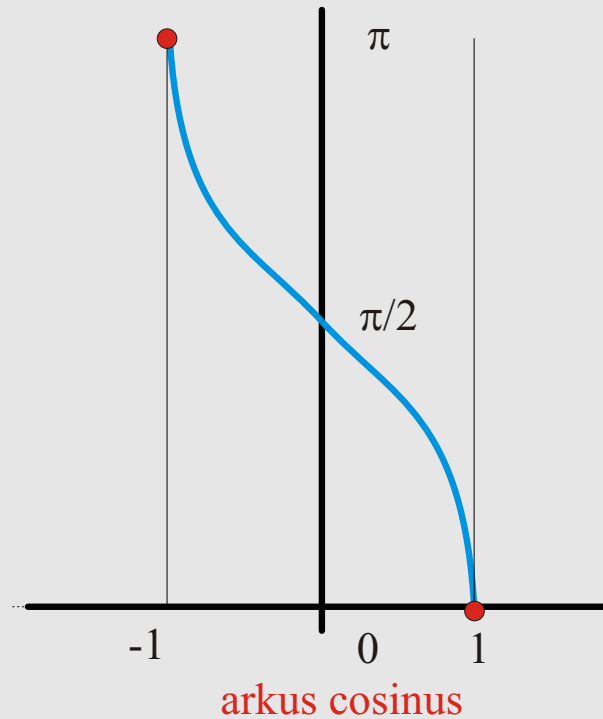
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Funkce \cos je klesající na $[0, \pi]$, tento interval zobrazuje na $[-1, 1]$. Na $[-1, 1]$ tedy existuje inverzní funkce (značí se \arccos), která je klesající a zobrazuje $[-1, 1]$ na $[0, \pi]$. Funkce \arccos je konvexní na $(-1, 0)$ a konkávní na $(0, 1)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

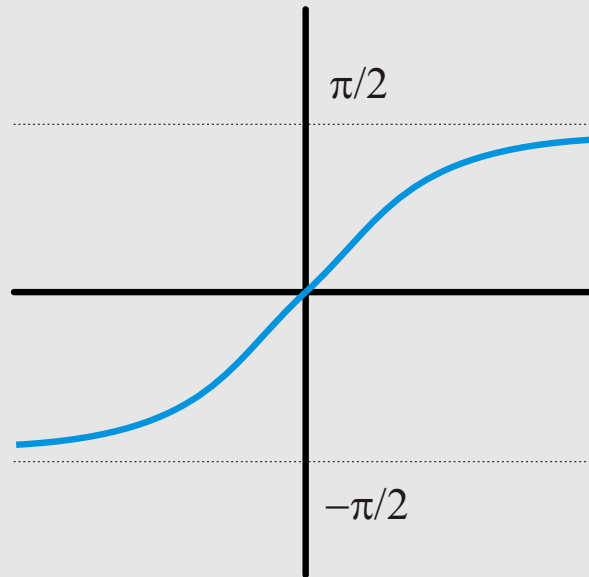
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Funkce tg je rostoucí na $(-\pi/2, \pi/2)$, tento interval zobrazuje na $(-\infty, +\infty)$. Na $(-\infty, +\infty)$ tedy existuje inverzní funkce (značí se arctg), která je rostoucí a zobrazuje $(-\infty, +\infty)$ na $(-\pi/2, \pi/2)$. Funkce $\operatorname{arctg} x$ je konvexní na $(-\infty, 0)$ a konkávní na $(0, +\infty)$.



arkus tangens

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

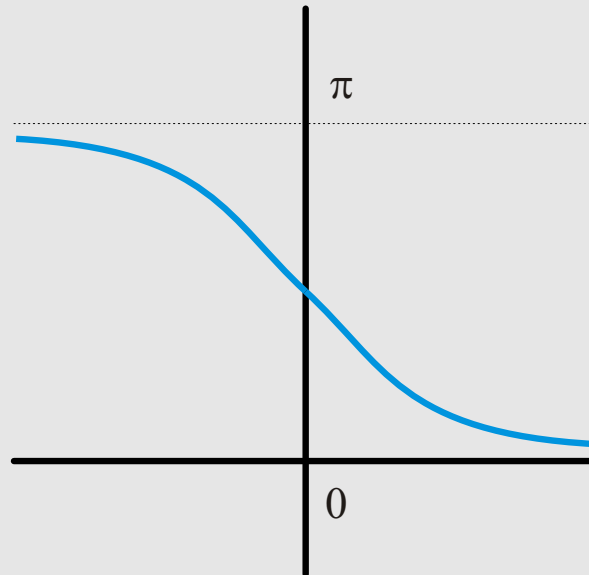
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Funkce $\cot g$ je klesající na $(0, \pi)$, tento interval zobrazuje na $(-\infty, +\infty)$. Na $(-\infty, +\infty)$ tedy existuje inverzní funkce (značí se $\operatorname{arccot} g$), která je klesající a zobrazuje $(-\infty, +\infty)$ na $(0, \pi)$. Funkce $\operatorname{arccot} g$ je konkávní na $(-\infty, 0)$ a konvexní na $(0, +\infty)$.



arkus cotangens

Konec příkladů 9.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

OTÁZKY

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 1 :

Která přiřazení (např. tabulka) jsou funkcemi?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zvolte si nějakou reálnou situaci a určete některé funkce, které jsou k této situaci přiřazeny.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kde se u vzorečku pro plochu kruhu objeví funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zkoumejte funkci, která odpovídá digitálním hodinkám.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Lze někde v reálném světě najít Dirichletovu funkci?

Konec otázek 1.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 2 :

Jaký je def. obor tangens, cotangens, $\sqrt{x^2}$, $(\sqrt{x})^2$, $1/x$, $1/x^2$, $1/\sqrt{x}$?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 2 :

Jaký je def. obor tangens, cotangens, $\sqrt{x^2}$, $(\sqrt{x})^2$, $1/x$, $1/x^2$, $1/\sqrt{x}$?



Je funkce $\text{sgn}(x)$ rovna funkci $|x|/x$?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Proč se nedefinuje cotangens jako převrácená hodnota tangens?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Ted' si trochu pohrajeme :-)



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Ted' si trochu pohrajeme :-)



* Lze sestrojít funkci, která má po zúžení na jakýkoliv interval za obor hodnot všechna přirozená (racionální, reálná) čísla?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Ted' si trochu pohrajeme :-)



* Lze sestrojít funkci, která má po zúžení na jakýkoliv interval za obor hodnot všechna přirozená (racionální, reálná) čísla?



Ted' si trochu pospíme :-)

Konec otázek 2.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 3 :

Zjistěte, zda může být kružnice nebo parabola grafem funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kdy je kuželosečka grafem funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být graf funkce podmnožinou tří rovnoběžek?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jak se na podmnožině roviny pozná, zda se jedná o graf nějaké funkce?

Konec otázek 3.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 4 :

Kdy je konstantní funkce sudá?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kdy je konstantní funkce lichá?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Musí definiční obor sudé nebo liché funkce obsahovat číslo 0?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Náleží-li bod 0 do definičního oboru liché funkce, musí mít tato funkce v 0 hodnotu
0. Proč? Platí to i pro sudé funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, jak závisí sudost nebo lichost součtu či součinu dvou funkcí f, g na obdobných vlastnostech f, g .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zachovává se sudost a lichost funkcí převrácenou hodnotou?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je cotg lichá nebo sudá funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kdy je posunutí sudé nebo liché funkce opět funkce sudá nebo lichá?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Posunutí periodické funkce je periodická funkce.

Konec otázek 4.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 5 :

Může být nějaká funkce současně neklesající i nerostoucí na nějakém intervalu?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být nějaká funkce současně rostoucí i nerostoucí na nějakém intervalu?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Co splňuje funkce, která není rostoucí? Musí být nerostoucí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je funkce $y = 1/x$ klesající na svém definičním oboru? A na intervalu $(-\infty, 0)$?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být graf omezené funkce neomezenou množinou v rovině?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je-li graf funkce omezenou množinou v rovině, vyplývá z toho, že funkce je omezená?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být rostoucí funkce na \mathbb{R} omezená?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být sudá nebo lichá funkce monotónní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je funkce \sqrt{x} (zdola, shora) omezená?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je součet (součin) dvou rostoucích funkcí opět rostoucí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je složení dvou klesajících funkcí monotónní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Má každá monotónní funkce inverzní funkci?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Kdo na sobě pracuje a řeší problémy, bude odměněn.

Konec otázek 5.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 6 :

Může být nějaká funkce současně ryze konvexní i konkávní na nějakém intervalu?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být ryze konvexní funkce na \mathbb{R} (nebo na $(0, \infty)$) omezená?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je rostoucí funkce na \mathbb{R} vždy konvexní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být sudá nebo lichá funkce konvexní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, že funkce \sqrt{x} je konkávní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V podstatě je všechno jednoduché ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V podstatě je všechno jednoduché ...



* Lze dokázat následující charakteristiku konvexních (a podobně konkávních, či ryzí konvexitu a konkávitu) funkcí, která ukazuje, že není třeba zkoumat všechny body úsečky $\{\lambda x + (1 - \lambda)y\}; \lambda \in [0, 1]\}$, ale jen její střed:

Funkce f je konvexní na intervalu J právě když pro každé $x < y$ z J platí $f((x + y)/2) \leq \frac{1}{2}(f(x) + f(y))$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V podstatě je všechno jednoduché ...



* Lze dokázat následující charakteristiku konvexních (a podobně konkávních, či ryzí konvexitu a konkávitu) funkcí, která ukazuje, že není třeba zkoumat všechny body úsečky $\{\lambda x + (1 - \lambda)y\}; \lambda \in [0, 1]\}$, ale jen její střed:

Funkce f je konvexní na intervalu J právě když pro každé $x < y$ z J platí $f((x + y)/2) \leq \frac{1}{2}(f(x) + f(y))$.



Ani nevím, jestli není potřeba omezenost funkce f . Vy to víte?

Konec otázek 6.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 7 :

Ukažte, že pro libovolnou funkci f platí $|f| = f_+ + f_-$, kde $f_+ = \max(f, 0)$, $f_- = \min(f, 0)$ jsou po řadě kladná a záporná část funkce f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 7 :

Ukažte, že pro libovolnou funkci f platí $|f| = f_+ + f_-$, kde $f_+ = \max(f, 0)$, $f_- = \min(f, 0)$ jsou po řadě kladná a záporná část funkce f .



Dokažte:

$$\max\{f, g\} = \frac{1}{2}((f + g) + |f - g|), \quad \min\{f, g\} = \frac{1}{2}((f + g) - |f - g|).$$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jaký je definiční obor polynomu? A jaký u racionální funkce? Jsou to vždy sjednocení otevřených intervalů (konečně mnoha)?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jaký je definiční obor funkcí f_+ , f_- ?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Co je grafem funkcí f_+ , f_- (např. pro $f = \sin$)?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, že $f = f_+ - f_-$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, že $f_+ = (-f)_-$, $f_- = (-f)_+$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jde napsat absolutní hodnota jako maximum dvou racionálních funkcí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je součet (součin) dvou rostoucích funkcí opět rostoucí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je součet (součin) dvou konkávních funkcí opět konkávní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Najděte reálnou situaci, kde se objeví kladná (záporná) část funkce.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Existuje dvojice racionálních funkcí, jejichž grafy se liší ve dvou (nebo konečně, nebo spočetně) bodech?

Konec otázek 7.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 8 :

Najděte příklad dvou funkcí definovaných na všech kladných reálných číslech, jejichž složení má prázdný definiční obor.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Může být složení nekonstantních funkcí konstantní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Musí být složení monotónních funkcí monotónní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Se kterou funkcí je možné (nutné?) složit zadanou funkci, aby se tím nezměnila?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je $|x|$ idempotentní funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Lze absolutní hodnotu napsat jako složení odmocniny a druhé mocniny?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, že je-li g sudá funkce a f je definována na oboru hodnot funkce g , je $f \circ g$ sudá. Platí obdobné tvrzení pro liché funkce?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je složení dvou klesajících funkcí monotónní?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je složení dvou konvexních funkcí konvexní?

Konec otázek 8.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 9 :

Které polynomy mají inverzní funkci na \mathbb{R} ?

Má lineárně lomená funkce $y = (ax + b)/(cx + d)$ inverzní funkci? ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Které funkce jsou totožné se svou inverzní funkcí?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ukažte, že inverzní funkce f^{-1} je lichá, právě když má stejnou vlastnost funkce f .
Proč totéž nemůžeme tvrdit o sudých funkcích?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Má každá monotónní funkce inverzní funkci?



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Promyslete si následující situaci. Jestliže definujete pro $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}$ funkci $x^{p/q}$ jako $\sqrt[q]{x^p}$, pak $\sqrt[3]{x} = x^{1/3} = x^{2/6} = \sqrt[6]{x^2}$ a tato rovnost neplatí (např. pro $x = -1$). Pro která x tato rovnost platí? Jak je nutné rovnost upravit, aby platila pro každé reálné x (a pro libovolný zlomek p/q místo $1/3$)?

Konec otázek 9.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

CVIČENÍ

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 1 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 1.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 2 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 2.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm.operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 3.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 4 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 4.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 5 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 5.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 6 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 6.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 7 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 7.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 8 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 8.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 9 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce obecně

Při řešení úloh z matematické analýzy se neobejdeme bez důkladné znalosti ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce obecně

Při řešení úloh z matematické analýzy se neobejdeme bez důkladné znalosti ...



... matematické analýzy.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce obecně

Při řešení úloh z matematické analýzy se neobejdeme bez důkladné znalosti ...



... matematické analýzy.



Neobejdeme se bez základních vlastností konstantních ($x \rightarrow c$), mocninných (x^n) a goniometrických ($\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$) funkcí a funkce exponenciální (e^x) a také funkcí k nim inverzních - odmocnin ($\sqrt[n]{x}$), cyklometrických funkcí ($\operatorname{aresin} x$, $\operatorname{arccos} x$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arccotg} x$) a funkce logaritmické ($\ln x$).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mezi tyto vlastnosti patří definiční obor, obor hodnot, intervaly monotonie, intervaly konvexnosti a konkávnosti, nulové body, hodnoty funkce ve významných bodech a také limity v krajních bodech definičního oboru.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mezi tyto vlastnosti patří definiční obor, obor hodnot, intervaly monotonie, intervaly konvexnosti a konkávnosti, nulové body, hodnoty funkce ve významných bodech a také limity v krajních bodech definičního oboru.



Jsou to jenom pomocné pojmy. Klídek.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Velmi efektivním způsobem, jak si většinu těchto informací zapamatovat (či spíše kdykoli operativně zjistit), je zapamatovat si vzhled grafu příslušné funkce spolu s jeho polohou vůči osám x , y .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Velmi efektivním způsobem, jak si většinu těchto informací zapamatovat (či spíše kdykoli operativně zjistit), je zapamatovat si vzhled grafu příslušné funkce spolu s jeho polohou vůči osám x , y .



V případě, že nám graf některé funkce vypadne (stává se to zpočátku zejména u cyklotrických funkcí, se kterými většina studentů není obeznámena ze střední školy), lze často využít vztahu mezi grafy navzájem inverzních funkcí, totiž jejich symetrie podle osy prvního a třetího kvadrantu (neboli podle grafu identické funkce).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Procvičte si znalosti základních funkcí v následujících testech.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Procvičte si znalosti základních funkcí v následujících testech.



Uvědomte si například rozdíl mezi tvrzením, že f je definována na množině M a tvrzením, že M je definičním oborem f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Procvičte si znalosti základních funkcí v následujících testech.



Uvědomte si například rozdíl mezi tvrzením, že f je definována na množině M a tvrzením, že M je definičním oborem f .



Jde samozřejmě o to, že v prvním případě všechny prvky množiny M náležejí do definičního oboru, ale nemusí tomu být obráceně, neboli $M \subset \mathcal{D}(f)$; druhý případ konstatuje rovnost $M = \mathcal{D}(f)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definiční obory

Úlohou, která bude uvádět značnou část příkladů z matematické analýzy, bude zjištění definičního oboru funkce, určené zadaným výrazem.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definiční obory

Úlohou, která bude uvádět značnou část příkladů z matematické analýzy, bude zjištění definičního oboru funkce, určené zadaným výrazem.



Pod tímto, důsledně vzato nesmyslným názvem (definiční obor je součástí definice funkce, pokud ho tedy neznáme, není funkce úplně zadána a definiční obor nelze nijak zjistit) rozumíme nalezení množiny všech reálných čísel, pro která má zadaný výraz smysl.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definiční obory

Úlohou, která bude uvádět značnou část příkladů z matematické analýzy, bude zjištění definičního oboru funkce, určené zadaným výrazem.



Pod tímto, důsledně vzato nesmyslným názvem (definiční obor je součástí definice funkce, pokud ho tedy neznáme, není funkce úplně zadána a definiční obor nelze nijak zjistit) rozumíme nalezení množiny všech reálných čísel, pro která má zadaný výraz smysl.



V principu jde o stanovení podmínek, za kterých vstupují do každé funkce pouze hodnoty z jejího definičního oboru.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze základních funkcí nejsou na celém \mathbb{R} definovány funkce $\frac{1}{x}$, $\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$ a $\sqrt[n]{x}$ pro n sudé (funkci x^{-n} budeme chápat jako převrácenou hodnotu funkce x^n).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze základních funkcí nejsou na celém \mathbb{R} definovány funkce $\frac{1}{x}$, $\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$ a $\sqrt[n]{x}$ pro n sudé (funkci x^{-n} budeme chápat jako převrácenou hodnotu funkce x^n).



To jsou funkce, na které si dejte bacha.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pokud zadaný výraz sestavený ze základních funkcí žádnou z předchozích funkcí neobsahuje, má smysl pro každé $x \in R$. V opačném případě zapíšeme podmínky smysluplnosti výrazu, tedy požadavek, aby argumenty funkcí náležely do jejich definičních oborů.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pokud zadaný výraz sestavený ze základních funkcí žádnou z předchozích funkcí neobsahuje, má smysl pro každé $x \in R$. V opačném případě zapíšeme podmínky smysluplnosti výrazu, tedy požadavek, aby argumenty funkcí náležely do jejich definičních oborů.



V praxi tak vznikne soustava nerovnic, jejímž řešením zjistíme požadovaný ,definiční obor".



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Uveď me jeden příklad:

Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x-1)}}{\ln(2x^2+1) - \ln 2}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Uveď me jeden příklad:

Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x-1)}}{\ln(2x^2+1) - \ln 2}$.



Funkce s neúplným definičním oborem se v zadaném výrazu objevují celkem čtyřikrát.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Uveďme jeden příklad:

Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x-1)}}{\ln(2x^2+1) - \ln 2}$.



Funkce s neúplným definičním oborem se v zadaném výrazu objevují celkem čtyřikrát.



Začněme například od funkce \arcsin . Jejím definičním oborem je $\langle -1, 1 \rangle$, aby tedy měl výraz $\arcsin(2x - 1)$ smysl, musí platit $-1 \leq 2x - 1 \leq 1$. Jednoduchou úpravou dospějeme k tomu, že tato podmínka bude splněna právě když $x \in \langle 0, 1 \rangle$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Analogicky sestavíme další nerovnosti, které si výraz

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

vynutí.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Analogicky sestavíme další nerovnosti, které si výraz

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

vynutí.



Odmocnina nám dá podmínku $x \arcsin(2x - 1) \geq 0$. Součin je nezáporný právě tehdy, jsou-li oba součinitele nezáporné nebo nekladné. Uvažujeme tedy dvě dvojice nerovností: $x \geq 0 \wedge \arcsin(2x - 1) \geq 0$ a druhou s opačnými nerovnostmi. Protože $\arcsin y \geq 0 \Leftrightarrow y \in \langle 0, 1 \rangle$ a nerovnost $2x - 1 \leq 1$ již nemusíme uvažovat (byla zkoumána při řešení podmínky smysluplnosti \arcsin), dospějeme přes nerovnost $2x - 1 \geq 0$ k závěru, že první dvojice nerovností je splněna právě když $x \in \langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$. Druhá dvojice nerovností nám po stejné úpravě dá jediný bod, $x = 0$. Celkově je tedy podmínka smysluplnosti odmocniny splněna pro $x \in \{0\} \cup \langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Při řešení nerovnosti $2x^2 > -1$, vzniklé jako podmínka smysluplnosti logaritmu ve výrazu

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

zjistíme, že je splněna pro každé $x \in \mathbb{R}$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Při řešení nerovnosti $2x^2 > -1$, vzniklé jako podmínka smysluplnosti logaritmu ve výrazu

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

zjistíme, že je splněna pro každé $x \in \mathbb{R}$.



To docela šlo. Ještě kousek

...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poslední podmínka, $\ln(2x^2 + 1) - \ln 2 \neq 0$, zajistí, že v hledaném definičním oboru výrazu

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

nenastane dělení nulou.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poslední podmínka, $\ln(2x^2 + 1) - \ln 2 \neq 0$, zajistí, že v hledaném definičním oboru výrazu

$$f(x) = \frac{\sqrt{x \arcsin(2x - 1)}}{\ln(2x^2 + 1) - \ln 2}$$

nenastane dělení nulou.



Nerovnost ekvivalentně převedeme až na vyjádření $x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, což představuje množinu $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$, v praxi však v takovémto případě zpravidla ponecháme vyjádření nerovností.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V hledaném definičním oboru musí mít smysl všechny podvýrazy, získáme ho tedy jako průnik všech zjištěných množin.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



V hledaném definičním oboru musí mít smysl všechny podvýrazy, získáme ho tedy jako průnik všech zjištěných množin.



Tím je v tomto případě množina $\mathcal{D}(f) = \{0\} \cup \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \rangle \cup (\frac{1}{\sqrt{2}}, 1) \cdot \square$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Protože se hledání definičního oboru realizuje jako řešení soustavy nerovnic, je možností jejich řešení omezena též možnost nalezení definičního oboru.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Protože se hledání definičního oboru realizuje jako řešení soustavy nerovnic, je možností jejich řešení omezena též možnost nalezení definičního oboru.



To je veledůležité. Když jsme na ty nerovnosti a rovnosti krátký, nic s tím nena-děláme.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kupříkladu nerovnice $x + \ln x > 0$ je splněna na jistém intervalu (c, ∞) , kde c , pro které platí $c + \ln c = 0$, je číslo mezi 0 a 1 (proč?).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kupříkladu nerovnice $x + \ln x > 0$ je splněna na jistém intervalu (c, ∞) , kde c , pro které platí $c + \ln c = 0$, je číslo mezi 0 a 1 (proč?).



Z této rovnosti definiční obor ovšem nelze pomocí základních funkcí vyjádřit.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takové rovnosti (resp. nerovnosti), o nichž je známo, že mají řešení, avšak nelze ho vyjádřit, nazýváme transcendentní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takové rovnosti (resp. nerovnosti), o nichž je známo, že mají řešení, avšak nelze ho vyjádřit, nazýváme transcendentní.



Důsledkem je, že například definiční obor funkce $\ln(x + \ln x)$ nelze explicitně vyjádřit.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Další možný problém ilustruje následující příklad: $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x)} + \sqrt{\sin x}$. Zde můžeme $\mathcal{D}(f)$ zapsat pouze jako průnik: $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k, 2k + 1 \rangle \cap \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k\pi, (2k + 1)\pi \rangle$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Další možný problém ilustruje následující příklad: $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x)} + \sqrt{\sin x}$. Zde můžeme $\mathcal{D}(f)$ zapsat pouze jako průnik: $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k, 2k + 1 \rangle \cap \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k\pi, (2k + 1)\pi \rangle$.



Obvyklého vyjádření pouze pomocí sjednocení (které v zápisu obsahuje pouze body, které do definičního oboru patří) zde nelze dosáhnout.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Další možný problém ilustruje následující příklad: $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x)} + \sqrt{\sin x}$. Zde můžeme $\mathcal{D}(f)$ zapsat pouze jako průnik: $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k, 2k + 1 \rangle \cap \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k\pi, (2k + 1)\pi \rangle$.



Obvyklého vyjádření pouze pomocí sjednocení (které v zápisu obsahuje pouze body, které do definičního oboru patří) zde nelze dosáhnout.



U libovolného (konečného) počtu intervalů $\mathcal{D}(f)$ lze samozřejmě krajní body určit, nelze však najít jejich obecné vyjádření.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vlastnosti funkcí

Hledání inverzní funkce často vede na řešení rovnic.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vlastnosti funkcí

Hledání inverzní funkce často vede na řešení rovnic.



Je-li $f(x) = y$, musíme k určení inverzní funkce k danému y jako parametru hledat x .
To je tedy řešení rovnice.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vlastnosti funkcí

Hledání inverzní funkce často vede na řešení rovnic.



Je-li $f(x) = y$, musíme k určení inverzní funkce k danému y jako parametru hledat x . To je tedy řešení rovnice.



Máme-li funkci $f(x) = x^2 + 1$, hledáme řešení rovnice $x^2 + 1 = y$, tedy $x = \pm\sqrt{y-1}$. To samo o sobě neurčuje inverzní funkci.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vlastnosti funkcí

Hledání inverzní funkce často vede na řešení rovnic.



Je-li $f(x) = y$, musíme k určení inverzní funkce k danému y jako parametru hledat x . To je tedy řešení rovnice.



Máme-li funkci $f(x) = x^2 + 1$, hledáme řešení rovnice $x^2 + 1 = y$, tedy $x = \pm\sqrt{y-1}$. To samo o sobě neurčuje inverzní funkci.



Tak lze na určitém definičním oboru definovat funkci $g(y) = \sqrt{y-1}$ a zkoumat, zda a kde je inverzní funkcí k f .



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Sudost, lichost, monotonii a periodicitu si lehce zkontrolujeme.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Sudost, lichost, monotonii a periodicitu si lehce zkontrolujeme.



Na monotonii se někdy musí s derivací, to ještě neumíme.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Sudost, lichost, monotonii a periodicitu si lehce zkontrolujeme.



Na monotonii se někdy musí s derivací, to ještě neumíme.



Na konvexitu zpravidla použijeme nástroje z dalších kapitol.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Zkoumejte monotonii funkce

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

na $(0, \infty)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Zkoumejte monotonii funkce

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

na $(0, \infty)$.



Řešení. Pokud $1 \leq x \leq y$, pak $1 \leq xy$ a $0 \leq y - x$. Poslední dvě nerovnosti vynásobíme a dostaneme $y - x \leq (y - x)xy$, tedy $(y - x)/xy \leq y - x$, $1/x - 1/y \leq y - x$ a $x + 1/x \leq y + 1/y$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Zkoumejte monotonii funkce

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

na $(0, \infty)$.



Řešení. Pokud $1 \leq x \leq y$, pak $1 \leq xy$ a $0 \leq y - x$. Poslední dvě nerovnosti vynásobíme a dostaneme $y - x \leq (y - x)xy$, tedy $(y - x)/xy \leq y - x$, $1/x - 1/y \leq y - x$ a $x + 1/x \leq y + 1/y$.



Tedy vpravo od 1 je funkce rostoucí, podobně se ukáže, že vlevo od 1 je klesající.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

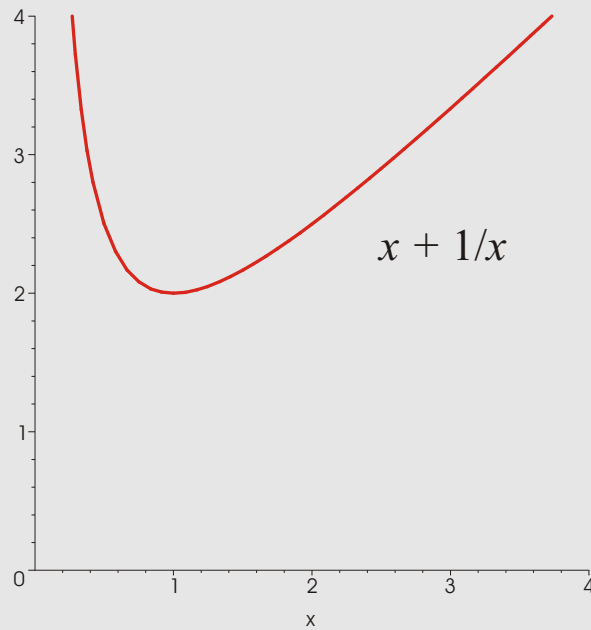
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

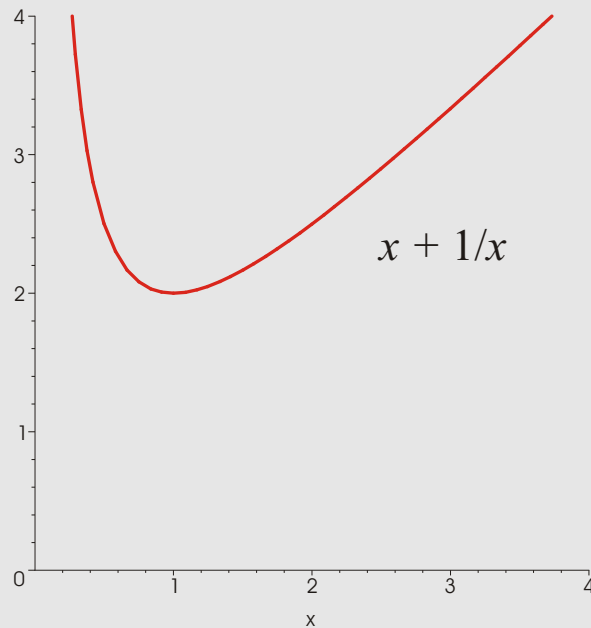
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Ke zkoumání monotonie si v dalších kapitolách vybudujeme účinné nástroje.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Necht' $f : X \rightarrow Y$, $A, B \subset X$. Rozhodněte, zda platí obecně vztahy

1. $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$

2. $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$

3. $f(A) \setminus f(B) = f(A \setminus B)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Necht' $f : X \rightarrow Y$, $A, B \subset X$. Rozhodněte, zda platí obecně vztahy

1. $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$
2. $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$
3. $f(A) \setminus f(B) = f(A \setminus B)$.



Řešení. Overujeme jednotlivé inkluze.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Necht' $f : X \rightarrow Y$, $A, B \subset X$. Rozhodněte, zda platí obecně vztahy

1. $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$
2. $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$
3. $f(A) \setminus f(B) = f(A \setminus B)$.



Řešení. Overůjeme jednotlivé inkluze.



Jde o jednoduchosti (ne všechny platí).



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Vyřešili 4 z 10.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Charakterizujte zobrazení $f : M \rightarrow L$, pro která platí

- $\forall A \subset M : f^{-1}(f(A)) = A$
- $\forall B \subset L : f(f^{-1}(B)) = B$



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Charakterizujte zobrazení $f : M \rightarrow L$, pro která platí

- $\forall A \subset M : f^{-1}(f(A)) = A$
- $\forall B \subset L : f(f^{-1}(B)) = B$



Jde v prvním případě o prostá zobrazení, v druhém případě o zobrazení na.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Charakterizujte zobrazení $f : M \rightarrow L$, pro která platí

- $\forall A \subset M : f^{-1}(f(A)) = A$
- $\forall B \subset L : f(f^{-1}(B)) = B$



Jde v prvním případě o prostá zobrazení, v druhém případě o zobrazení na.



Jde o charakterizaci, tedy o to najít ekvivalentní výrok.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Vyřešili 2 z 10.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Rozhodněte, zda je součet, součin, minimum, maximum a složení dvou monotónních funkcí opět monotónní.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Rozhodněte, zda je součet, součin, minimum, maximum a složení dvou monotónních funkcí opět monotónní.



Řešení. Je-li $x < y$, pak $f(x) < f(y)$, $g(x) < g(y)$, tedy $(f + g)(x) < (f + g)(y)$.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Rozhodněte, zda je součet, součin, minimum, maximum a složení dvou monotónních funkcí opět monotónní.



Řešení. Je-li $x < y$, pak $f(x) < f(y)$, $g(x) < g(y)$, tedy $(f + g)(x) < (f + g)(y)$.



Víc v tom není ani v ostatních případech ...



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



9 z 10.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že $\sqrt{x^2 + 1}$ není polynom.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že $\sqrt{x^2 + 1}$ není polynom.



Řešení. Jde-li o polynom stupně n , platí $\sqrt{x^2 + 1} = ax^n + \dots$, tedy po umocnění máme dva identické polynomy a ty musejí mít stejné koeficienty, tedy $n = 1$, $a = \pm 1$ a po chvíli dostaneme spor.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



3 z 10.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Jak zní základní věta algebry? Polynom kladného stupně má kladný počet kořenů.



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm. operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Jak zní základní věta algebry? Polynom kladného stupně má kladný počet kořenů.



Dva polynomy se rovnají pouze v konečně mnoha bodech nebo jde o identické polynomy.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 9.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

UČENÍ

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 1 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 1.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 2 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 2.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 3 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 3.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 4 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 4.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 5 :

$$x, y \in I, x < y, f(x) < f(y)$$



To je jednoduchý život!



LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 5 :

$$x, y \in I, x < y, f(x) < f(y)$$



To je jednoduchý život!



Někdo tě okradl o kvantifikátory a podobné smetí. Jestli se ti takový život líbí, běž do holobytu a zavři se zevnitř.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

sudá, lichá funkce

periodická funkce

monotónní funkce

omezená funkce

konvexní funkce

konkávní funkce

konstrukce funkcí

aritm. operace

racionální funkce

uspořádání funkcí

kladná část funkce

složení

inverzní funkce

jiná zadání

implicitní zadání

parametrické zadání

polární zadání

kruh

kardioida

lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 5.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 6 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 6.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 7 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 7.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 8 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 8.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 9 :

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastnosti funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 9.

LEKCE04-FUN

Funkce

popis

vlastností funkcí

- sudá, lichá funkce
- periodická funkce
- monotónní funkce
- omezená funkce
- konvexní funkce
- konkávní funkce

konstrukce funkcí

- aritm.operace
- racionální funkce
- uspořádání funkcí
- kladná část funkce
- složení
- inverzní funkce

jiná zadání

- implicitní zadání
- parametrické zadání
- polární zadání
- kruh
- kardioida
- lemniskata

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9