

# Spojitosť funkce

Spojitosť je nejdůležitější obecná vlastnost funkcí. Umožňuje aproximace různých řešení. Je důležité vědět, kdy se malá změna nějakého měření projeví málo na konečném výsledku. Zpřesňuje-li se měření, měl by se příslušný počítaný výsledek blížit k přesnému výsledku. To vyjadřuje následující definice, která je zformulována pro funkce s obecným definičním oborem. Pro představu a základní použití je třeba mít na mysli funkce definované na intervalu.

## LEKCE05-SPO

### Spojitosť definice

základy

spojitosť s okolními

### spojitosť a konstrukce

spojitosť

součtu, max, ...

spojitosť složení

spojitosť inverze

### nespojitosť

odstranitelná

skok

oscilace

nespojitosť

mon.funkce

### spojitosť na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

### monotónní funkce

prostá=ryze mono-  
tónní

monotonie a spoji-  
tosť

### spojitosť a konvexita periodické funkce

### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

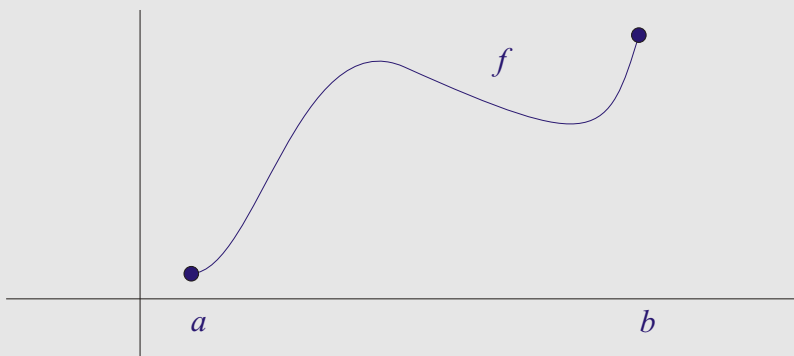
# SPOJITOST POMOCÍ POSLOUPNOSTÍ

**DEFINICE.** Necht'  $f$  je funkce,  $a \in \mathcal{D}(f)$ , a pro jakoukoli posloupnost  $\{x_n\}$  z  $\mathcal{D}(f)$  konvergující k  $a$  necht'  $\lim f(x_n) = f(a)$ . Pak říkáme, že  $f$  je **spojitá v bodě**  $a$  a tento bod se nazývá **bodem spjitosti** funkce  $f$ .

Je-li  $f$  spjitá v každém bodě svého definičního oboru, říkáme, že  $f$  je **spjitá**.

Jestliže se v definici berou jen posloupnosti s prvky  $x_n \geq a$  (nebo  $x_n \leq a$ ), hovoří se o **spjitosti zprava** (resp. **spjitosti zleva**), dohromady o tzv. jednostranných spjitostech (spjitosti se pak říká oboustranná spjitost).

Je-li  $f$  spjitá v každém bodě množiny  $A$ , říkáme, že  $f$  je **spjitá na množině**  $A$ .



Chceme, aby se k dané přesnosti výsledku dalo dopracovat přiblížením ke zkoumanému bodu.

## LEKCE05-SPO

Spjitost  
definice

základy

spjitost s okolními  
spjitost a konstrukce

spjitost

součtu, max, ...

spjitost složení

spjitost inverze

nespjitost

odstranitelná

skok

oscilace

nespjitost

mon.funkce

spjitost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spji-

tost

spjitost a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

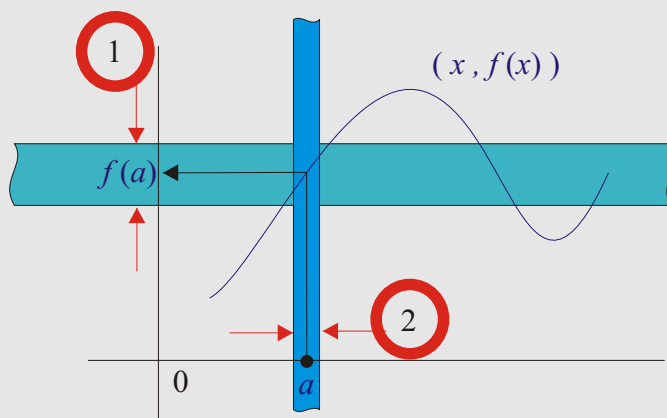
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



To, čemu má spojitost zabránit, je situace, kdy hodnota v daném bodě „uteče“ svému okolí.

## LEKCE05-SPO

### Spojitosť definice

základy  
spojitosť s okolím  
spojitosť a konstrukce

spojitosť  
součtu, max, ...  
spojitosť složení  
spojitosť inverze

### nespojitosť

odstranitelná  
skok  
oscilace  
nespojitosť  
mon.funkce

### spojitosť na intervalu

souvislý obraz  
souvislý obraz  
odmocnina  
Weierstrass

maxima, minima

### monotónní funkce

prostá=ryze mono-  
tónní  
monotonie a spoji-  
tosť

### spojitosť a konvexita periodické funkce

### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Otázky

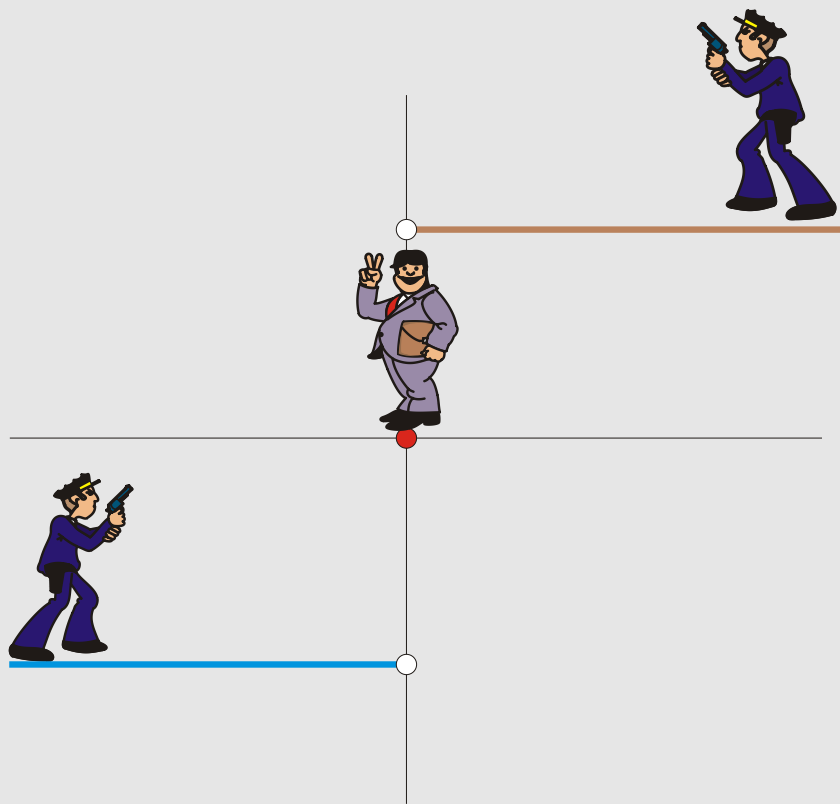
1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Vidíme, že běžná funkce může mít body spojitosti i jiné body.

## LEKCE05-SPO

### Spojítost

#### definice

základy

spojítost s okolními

#### spojítost a konstrukce

spojítost

součtu, max, ...

spojítost složení

spojítost inverze

#### nespojítost

odstranitelná

skok

oscilace

nespojítost

mon.funkce

#### spojítost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

#### monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

#### spojítost a konvexita

#### periodické funkce

#### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Otázky

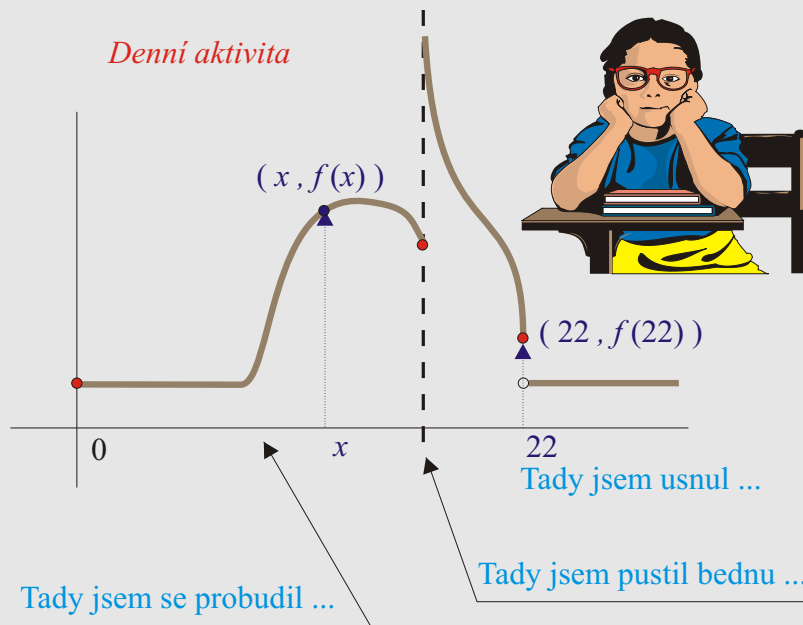
1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Cvičení

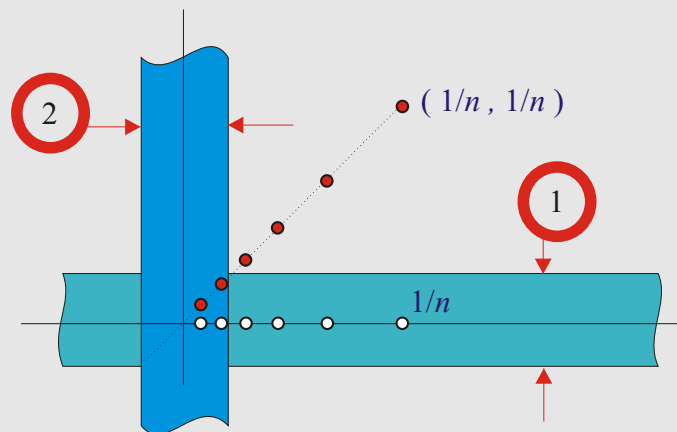
1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Spojítost lze zkoumat v jediném bodě.



## LEKCE05-SPO

### Spojítost

#### definice

základy

spojítost s okolími

spojítost a konstrukce

spojítost

součtu, max, ...

spojítost složení

spojítost inverze

nespojítost

odstranitelná

skok

oscilace

nespojítost

mon. funkce

spojítost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

spojítost a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

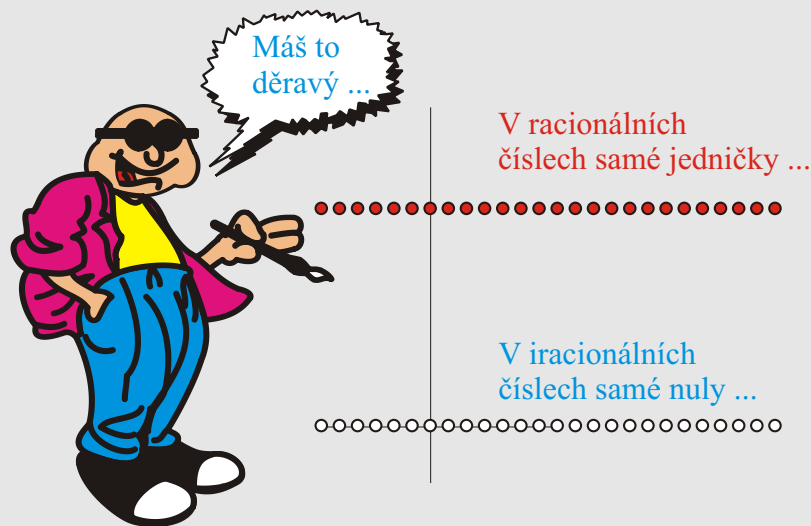
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce nemusí mít žádný bod spojitosti.



511

Poznámky 1 Příklady 1 Otázky 1

## POZOROVÁNÍ.

1. V definici spojitosti lze brát jen ryze monotónní posloupnosti, tj.  $f$  je spojitá v  $a \in \mathcal{D}(f)$  jestliže pro každou rostoucí nebo klesající posloupnost  $\{x_n\}$  z  $\mathcal{D}(f)$  konvergující k  $a$  je  $\lim f(x_n) = f(a)$ . (Viz poznámku o výběru monotónních podposloupností.)
2. Funkce  $f$  je spojitá zprava (nebo zleva) v  $a$ , právě když pro každou klesající (resp. rostoucí) posloupnost  $\{x_n\}$  s  $\lim x_n = a$  je  $\lim f(x_n) = f(a)$ .
3. Funkce je v nějakém bodě spojitá právě když je v tomto bodě spojitá zprava i zleva.

### LEKCE05-SPO

Spojitosť  
definice

základy

spojitosť s okolím  
spojitosť a konstrukce

spojitosť

součtu, max, ...

spojitosť složení

spojitosť inverze

nespojitosť

odstranitelná

skok

oscilace

nespojitosť

mon.funkce

spojitosť na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tosť

spojitosť a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

# SPOJITOST POMOCÍ OKOLÍ

Následující tvrzení je velmi důležité. Ukazuje ekvivalenci definice spojitosti pomocí spočetných množin (posloupností) s definicí pomocí okolí, tj. pomocí nespočetných množin, t.j. množin zdánlivě jiného charakteru.

**VĚTA.** Funkce  $f$  je spojitá v bodě  $a \in \mathcal{D}(f)$  právě když pro každé okolí  $U$  bodu  $f(a)$  existuje okolí  $V$  bodu  $a$  takové, že  $f(x) \in U$  jakmile  $x \in V \cap \mathcal{D}(f)$ .

Jestliže se použijí jen **symetrické intervaly** okolo příslušného bodu (každé okolí obsahuje takový interval), dostane se následující, tzv.  $\varepsilon$ - $\delta$  charakterizace spojitosti.

**DŮSLEDEK.** Funkce  $f$  je spojitá v bodě  $a \in \mathcal{D}(f)$  právě když pro každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $\delta > 0$  takové, že  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$  jakmile  $|x - a| < \delta, x \in \mathcal{D}(f)$ .

Přímo z definice spojitosti plyne následující jednoduché ale důležité tvrzení (dokažte).

**VĚTA.** Je-li  $f$  spojitá v  $a$  a  $f(a) > 0$ , pak existuje okolí  $U$  bodu  $a$  tak, že pro všechna  $x \in U \cap \mathcal{D}(f)$  je  $f(x) > 0$ .

## LEKCE05-SPO

Spojité  
definice

základy

spojitost s okolím

spojitost a konstrukce

spojitost

součtu, max, ...

spojitost složení

spojitost inverze

nespojité

odstranitelná

skok

oscilace

nespojité

mon.funkce

spojitost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

spojitost a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

# SPOJITOST A KONSTRUKCE FUNKCÍ

Nyní bude vidět, jak je výhodné dokazovat obecná tvrzení pro obecné funkce.

Následující tvrzení ukazují, že konstrukce nových funkcí zavedené v předchozí části, zachovávají spojitost.

Z těchto tvrzení ihned vyplyne spojitost mnoha funkcí bez dalšího dokazování.

**VĚTA.** Jsou-li funkce  $f, g$  spojité v bodě  $a$ , jsou i funkce  $\max\{f, g\}, \min\{f, g\}, f + g, f \cdot g$  a v případě  $g(a) \neq 0$  i funkce  $f/g$  spojité v bodě  $a$ .

Poznámky 2   Příklady 2   Otázky 2

## POZOROVÁNÍ.

1. Je-li  $f$  spojitá v  $a$ , je i  $k \cdot f$  spojitá v  $a$  pro každé reálné číslo  $k$  a tedy i funkce  $-f$ .
2. Jsou-li  $f, g$  spojité v  $a$ , jsou i funkce  $f - g$  spojité v  $a$ .
3. Je-li  $f$  spojitá v  $a$ , jsou i funkce  $f_+, f_-$  spojité v  $a$  a tedy je i  $|f|$  spojitá v  $a$ .

**VĚTA.** Je-li funkce  $g$  spojitá v bodě  $a$  a funkce  $f$  spojitá v bodě  $g(a)$ , je funkce  $f \circ g$  spojitá v bodě  $a$ .

Při skládání se spojitost neporuší.

## LEKCE05-SPO

Spojtitost

definice

základy

spojtitost s okolím

spojtitost a konstrukce

spojtitost

součtu, max, ...

spojtitost složení

spojtitost inverze

nespojtitost

odstranitelná

skok

oscilace

nespojtitost

mon.funkce

spojtitost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

spojtitost a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

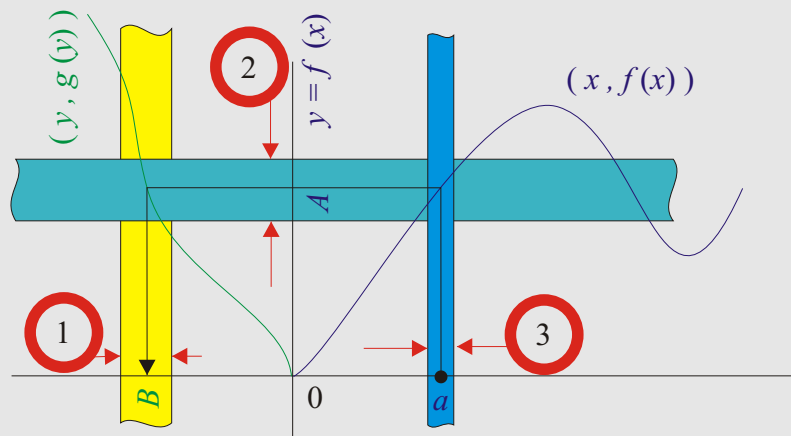
Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9





**VĚTA.** Je-li funkce  $g$  spojitá a prostá na intervalu  $J$ , je její inverzní funkce spojitá.

Důkaz tohoto tvrzení je odložen do části o **spojitých monotónních funkcích**, protože tam se dokáže ještě o něco více.

**DŮSLEDEK.** 1. Funkce  $n$ -tá odmocnina  $\sqrt[n]{x}$  je spojitá funkce.

2. Logaritmus  $\log_a x$  je spojitá funkce.

3. Cyklometrické funkce jsou spojité.

Poznámky 3   Příklady 3   Otázky 3

**POZOROVÁNÍ.**

## LEKCE05-SPO

### Spojitosť

#### definice

##### základy

##### spojitosť s okolím

#### spojitosť a konstrukce

##### spojitosť

##### součtu, max, ...

##### spojitosť složení

##### spojitosť inverze

#### nespojitosť

##### odstranitelná

##### skok

##### oscilace

##### nespojitosť

##### mon.funkce

#### spojitosť na intervalu

##### souvislý obraz

##### souvislý obraz

##### odmocnina

##### Weierstrass

##### maxima, minima

#### monotónní funkce

##### prostá=ryze mono-

##### tónní

##### monotonie a spoji-

##### tost

#### spojitosť a konvexita

#### periodické funkce

#### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

1. Je-li  $f$  spojitá v  $a$ , je i  $|f|$  spojitá v  $a$ .
2. Posunutím grafu spojitě funkce dostaneme graf spojitě funkce.

## LEKCE05-SPO

Spojitosť  
definice

základy

spojitosť s okolními

spojitosť a konstrukce

spojitosť

součtu, max, ...

spojitosť složení

spojitosť inverze

nespojitosť

odstranitelná

skok

oscilace

nespojitosť

mon.funkce

spojitosť na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-  
tónní

monotonie a spoji-  
tosť

spojitosť a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

# KLASIFIKACE NESPOJITOSTI

Před dalším zkoumáním spojitých funkcí je vhodné si uvědomit, co znamená, že funkce není spojitá v nějakém bodě.

**DEFINICE.** Necht'  $a$  je bod definičního oboru funkce  $f$ . Potom

1.  $f$  má v  $a$  **odstranitelnou nespojitost**, jestliže existují a rovnají se  $\lim f(x_n) = b$  pro všechny posloupnosti  $\{x_n\} \subset \mathcal{D}(f)$  konvergující k  $a$ , přičemž  $b \neq f(a)$ .
2.  $f$  má v  $a$  **skok**, jestliže existují a rovnají se  $\lim f(x_n) = b$  (nebo  $\lim f(x_n) = c$ ) pro všechny rostoucí (resp. klesající) posloupnosti  $\{x_n\} \subset \mathcal{D}(f)$  konvergující k  $a$ , přičemž  $b \neq c$ .
3.  $f$  má v  $a$  **oscilaci**, jestliže neexistuje  $\lim f(x_n)$  pro nějakou rostoucí nebo klesající posloupnosti  $\{x_n\} \subset \mathcal{D}(f)$  konvergující k  $a$ .

Bod  $a$  se potom nazývá po řadě bodem odstranitelné nespojitosti, bodem skoku, bodem oscilace.

Příklad odstranitelné nespojitosti najdeme u člověka s absolutním sluchem, pro kterého všechny nečisté tóny jsou FALEŠNÉ.

## LEKCE05-SPO

Spojité  
definice

základy  
spojitost s okolními  
spojitost a konstrukce  
spojitost  
součtu, max, ...  
spojitost složení  
spojitost inverze

nespojité

odstranitelná  
skok  
oscilace  
nespojité  
mon.funkce

spojitost na intervalu

souvislý obraz  
souvislý obraz  
odmocnina  
Weierstrass

maxima, minima  
monotónní funkce

prostá=ryze mono-  
tónní  
monotonie a spoji-  
tost

spojitost a konvexita  
periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

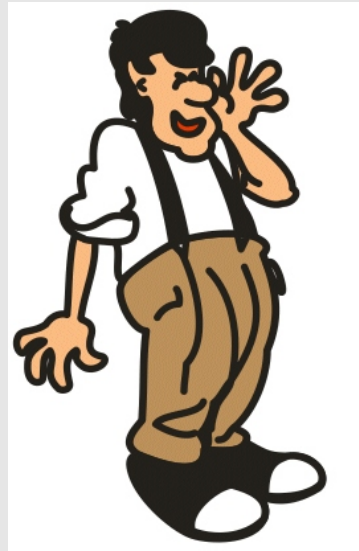
Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

ČISTEJ

hodnocení

FALEŠNEJ



výška hlasu



Á

Skok najdeme u funkce signum.

## LEKCE05-SPO

Spojitosť  
definice

základy  
spojitosť s okolím  
spojitosť a konstrukce  
spojitosť  
součtu, max, ...  
spojitosť složení  
spojitosť inverze

nespojitosť

odstranitelná  
skok  
oscilace  
nespojitosť  
mon.funkce

spojitosť na intervalu

souvislý obraz  
souvislý obraz  
odmocnina  
Weierstrass

maxima, minima

monotónní funkce

prostá=ryze mono-  
tónní  
monotonie a spoji-  
tosť

spojitosť a konvexita

periodické funkce

Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky

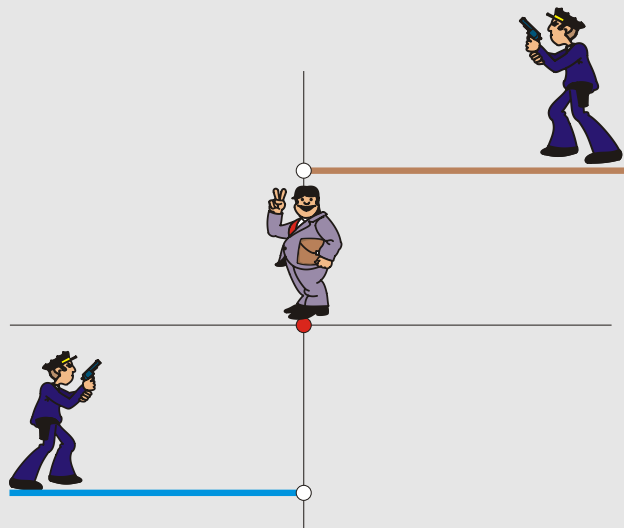
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení

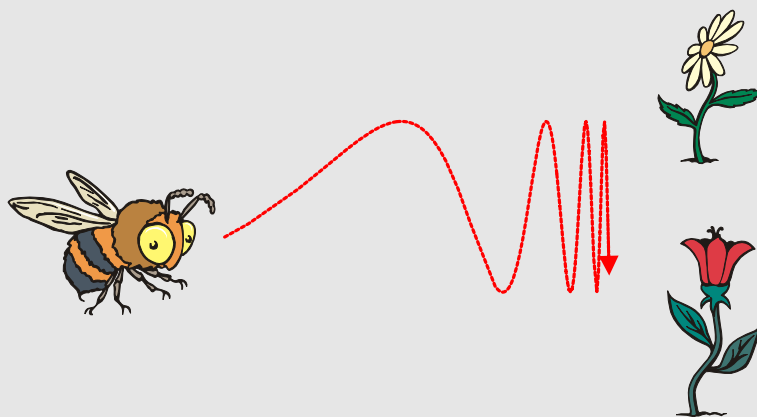
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Oscilaci najdeme u váhající včelky. Letí k jedné kytce, protože se jí líbí. Když přiletí blíže, nesedne jí její vůně a tak změni směr ke druhé kytce. Ta jí zblízka také nevoní, tak se obrátí ...



## LEKCE05-SPO

### Spojítost

#### definice

základy

spojítost s okolími

spojítost a konstrukce

spojítost

součtu, max, ...

spojítost složení

spojítost inverze

#### nespojítost

odstranitelná

skok

oscilace

nespojítost

mon.funkce

#### spojítost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

#### monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

#### spojítost a konvexita

#### periodické funkce

#### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Učení

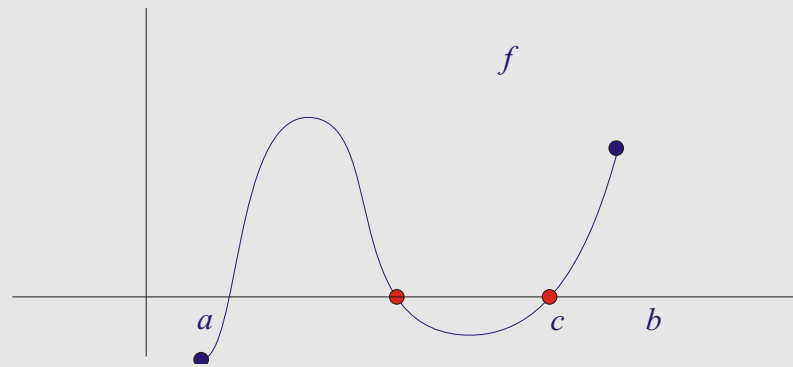
1 2 3 4 5 6 7 8 9

# SPOJITÉ FUNKCE NA INTERVALU

V této části je ukázáno, že spojité funkce do jisté míry zachovávají některé vlastnosti intervalů, např. souvislost nebo současně uzavřenost a omezenost.

Následující dvě tvrzení pocházejí od Bolzana a bude na ně odkazováno jako na **Bolzanovu větu**.

**LEMMA.** Je-li  $f$  spojitá na uzavřeném omezeném intervalu  $[a, b]$  a  $f(a), f(b)$  mají opačná znaménka, pak existuje  $c \in (a, b)$  s hodnotou  $f(c) = 0$ .



**DŮSLEDEK.** Každý polynom lichého stupně má reálný kořen.

## LEKCE05-SPO

### Spojité funkce

- základy
- spojitost s okolními
- spojitost a konstrukce
- spojitost
- součtu, max, ...
- spojitost složení
- spojitost inverze

### nespojité funkce

- odstranitelná
- skok
- oscilace
- nespojité
- mon. funkce

### spojitost na intervalu

- souvislý obraz
- souvislý obraz
- odmocnina
- Weierstrass
- maxima, minima

### monotónní funkce

- prostá=ryze monotónní
- monotonie a spojitost

### spojitost a konvexita

### periodické funkce

### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Otázky

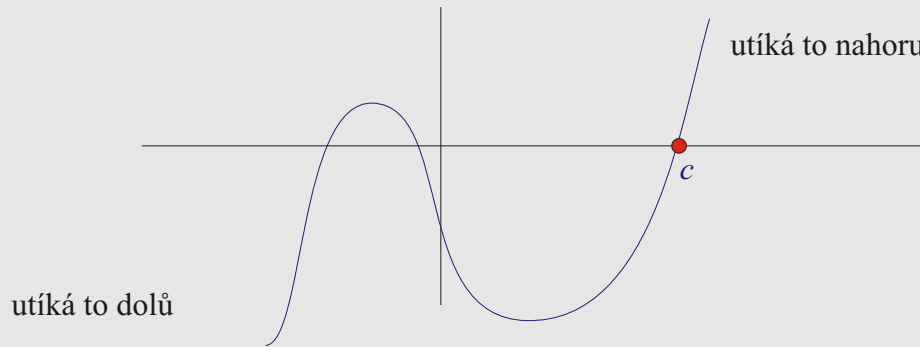
1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



**VĚTA.** Spojitá funkce zobrazuje interval na bod nebo na interval.

Dalším z důsledků je existence **odmocnin** (uvědomte si, že odmocnina je inverzní funkce k mocnině a její definiční obor je tedy obor hodnot příslušné mocniny).

**DŮSLEDEK.** Je-li  $n \in \mathbb{N}$  liché, existuje  $n$ -tá odmocnina z každého reálného čísla, je-li  $n \in \mathbb{N}$  sudé, existuje  $n$ -tá odmocnina z každého nezáporného reálného čísla.

Poznámky 5   Příklady 5   Otázky 5

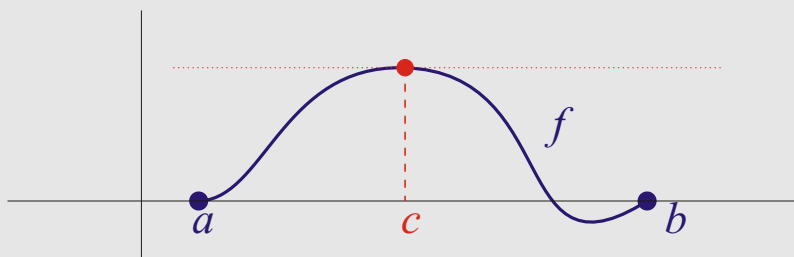
Následující věta má také název: **Weierstrassova věta.**

**VĚTA.** Spojitá funkce nabývá na uzavřeném omezeném intervalu  $J$  své největší a nejmenší hodnoty, tj., existují body  $c, d \in J$  takové, že

$$f(c) = \sup_{x \in J} f(x), \quad f(d) = \inf_{x \in J} f(x).$$

**LEKCE05-SPO**

- Spojitost
- definice
- základy
- spojitost s okolími
- spojitost a konstrukce
- spojitost
- součtu,max,...
- spojitost složení
- spojitost inverze
- nespojité
- odstranitelná
- skok
- oscilace
- nespojité
- mon.funkce
- spojitost na intervalu
- souvislý obraz
- souvislý obraz
- odmocnina
- Weierstrass
- maxima,minima
- monotónní funkce
- prostá=ryze mono-
- tónní
- monotonie a spoji-
- tost
- spojitost a konvexita
- periodické funkce
- Poznámky
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Příklady
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Otázky
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Cvičení
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Učení
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9



**DŮSLEDEK.** Spojitá funkce zobrazuje uzavřený omezený interval na bod nebo na uzavřený omezený interval.

Poznámky 6   Příklady 6   Otázky 6

## LEKCE05-SPO

### Spojítost

#### definice

základy

spojitost s okolními

spojitost a konstrukce

spojitost

součtu, max, ...

spojitost složení

spojitost inverze

#### nespojítost

odstranitelná

skok

oscilace

nespojítost

mon.funkce

#### spojitost na intervalu

souvislý obraz

souvislý obraz

odmocnina

Weierstrass

maxima, minima

#### monotónní funkce

prostá=ryze mono-

tónní

monotonie a spoji-

tost

#### spojitost a konvexita

#### periodické funkce

#### Poznámky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Příklady

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Otázky

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Cvičení

1 2 3 4 5 6 7 8 9

#### Učení

1 2 3 4 5 6 7 8 9



# Spojitosť a monotónie

Spojité monotónní funkce jsou velmi důležité. Z následujících výsledků je vidět, že tyto funkce mají další výhodné vlastnosti.

511

**VĚTA.** Spojitá a prostá funkce na intervalu je ryze monotónní a její inverzní funkce je spojitá.

511

**VĚTA.** Monotónní funkce  $f$  na intervalu  $J$ , která zobrazuje intervaly v  $J$  na bod nebo intervaly, je spojitá.

Poznámky 7   Příklady 7   Otázky 7

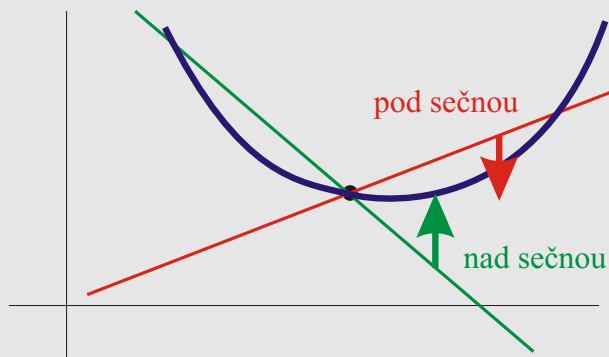
## LEKCE05-SPO

- Spojitosť
- definice
  - základy
  - spojitosť s okolními
- spojitosť a konstrukce
  - spojitosť
  - součtu, max, ...
  - spojitosť složení
  - spojitosť inverze
- nespojitosť
  - odstranitelná
  - skok
  - oscilace
  - nespojitosť
  - mon.funkce
- spojitosť na intervalu
  - souvislý obraz
  - souvislý obraz
  - odmocnina
  - Weierstrass
  - maxima, minima
- monotónní funkce
  - prostá=ryze monotónní
  - monotonie a spojitost
- spojitosť a konvexita
- periodické funkce
- Poznámky
  - 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Příklady
  - 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Otázky
  - 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Cvičení
  - 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Učení
  - 1 2 3 4 5 6 7 8 9

# Spojitosť, konvexita a periodické funkce

**VĚTA.** Konvexní nebo konkávní funkce na otevřeném intervalu je spojitá.

Důkaz jde udělat i obrázkem:



Bylo zmíněno, že Dirichletova funkce má za periody všechna kladná racionální čísla. Taková situace nemůže nastat u spojitých periodických funkcí (kromě konstantní funkce).

**VĚTA.** Spojitá nekonstantní periodická funkce má nejmenší periodu.

Poznámky 8   Příklady 8   Otázky 8   8 8

## LEKCE05-SPO

### Spojitosť

#### definice

##### základy

##### spojitosť s okolními

##### spojitosť a konstrukce

##### spojitosť

##### součtu, max, ...

##### spojitosť složení

##### spojitosť inverze

##### nespojitosť

##### odstranitelná

##### skok

##### oscilace

##### nespojitosť

##### mon. funkce

##### spojitosť na intervalu

##### souvislý obraz

##### souvislý obraz

##### odmocnina

##### Weierstrass

##### maxima, minima

##### monotónní funkce

##### prostá=ryze mono-

##### tónní

##### monotonie a spoji-

##### tost

##### spojitosť a konvexita

##### periodické funkce

##### Poznámky

##### 1 2 3 4 5 6 7 8 9

##### Příklady

##### 1 2 3 4 5 6 7 8 9

##### Otázky

##### 1 2 3 4 5 6 7 8 9

##### Cvičení

##### 1 2 3 4 5 6 7 8 9

##### Učení

##### 1 2 3 4 5 6 7 8 9