OBECNÝ URČITÝ INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

OBECNÝ URČITÝ INTEGRÁL

Zobecnění Newtonova nebo Riemannova integrálu se definují různým způsobem a dostanou se někdy různé, někdy stejné pojmy.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

OBECNÝ URČITÝ INTEGRÁL

Zobecnění Newtonova nebo Riemannova integrálu se definují různým způsobem a dostanou se někdy různé, někdy stejné pojmy.

V tomto textu bude postup volen jako zobecnění Newtonova integrálu, protože je to vhodný postup pro výpočet integrálů.

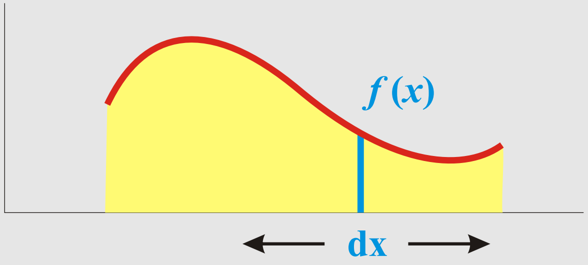
obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

OBECNÝ URČITÝ INTEGRÁL

Zobecnění Newtonova nebo Riemannova integrálu se definují různým způsobem a dostanou se někdy různé, někdy stejné pojmy.

V tomto textu bude postup volen jako zobecnění Newtonova integrálu, protože je to vhodný postup pro výpočet integrálů.

Nicméně je třeba mít na paměti, že aplikace integrálů se nejlépe chápají přes Riemannovy součty, tj. že integrál funkce f je „součet" hodnot $f(x)$ vynásobených nekonečně malým okolím dx bodu x — viz další kapitolu.



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce signum nemá primitivní funkci na celém $\mathbb{R}$, ale funkce $|x|$ je spojitá a primitivní k signum na $(-\infty, 0)$ i na $(0, +\infty)$.

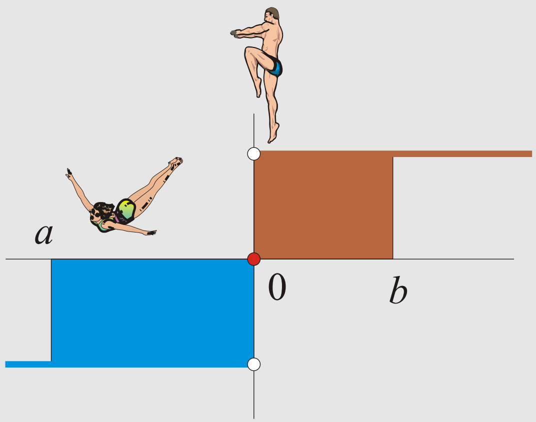
obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce signum nemá primitivní funkci na celém $\mathbb{R}$, ale funkce $|x|$ je spojitá a primitivní k signum na $(-\infty, 0)$ i na $(0, +\infty)$.

Vztah

$$\int_a^b \operatorname{sign} t \, \mathrm{d}t = |b| - |a| \,,$$

zřejmě i v tomto případě odpovídá tomu, co se v předchozí části pod integrálem chápalo (např. vyjádření plochy s příslušnými znaménky).



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Co je vlastně potřebné pro funkci F, aby definice

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = F(b) - F(a)$$

zobecňovala Newtonův integrál?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Co je vlastně potřebné pro funkci F, aby definice

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = F(b) - F(a)$$

zobecňovala Newtonův integrál?

Protože se jedná o zobecnění, musí být $F' = f$ na intervalech, kde F' existuje.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Co je vlastně potřebné pro funkci F, aby definice

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = F(b) - F(a)$$

zobecňovala Newtonův integrál?

Protože se jedná o zobecnění, musí být $F' = f$ na intervalech, kde F' existuje.

Pokud takovýchto funkcí F je více, musí být zaručeno, že se dvě takovéto funkce F liší na daném intervalu o konstantu, podobně, jako tomu je u primitivních funkcí.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

NULOVÉ MNOŽINY

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

NULOVÉ MNOŽINY

Asi by nemělo smysl, kdyby F' neexistovala na velké množině, např. na nějakém intervalu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

NULOVÉ MNOŽINY

Asi by nemělo smysl, kdyby F' neexistovala na velké množině, např. na nějakém intervalu.

Derivace F' se tedy musí rovnat f všude až na malou množinu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jde o to určit vhodně význam malé množiny. Lze pochopit, že konečné množiny jsou malé (vzhledem k intervalům).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jde o to určit vhodně význam malé množiny. Lze pochopit, že konečné množiny jsou malé (vzhledem k intervalům).

Jsou malé i spočetné množiny? To už tak jasné není, protože množina racionálních čísel je spočetná a v jistém smyslu vytváří všechna reálná čísla.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jde o to určit vhodně význam malé množiny. Lze pochopit, že konečné množiny jsou malé (vzhledem k intervalům).

Jsou malé i spočetné množiny? To už tak jasné není, protože množina racionálních čísel je spočetná a v jistém smyslu vytváří všechna reálná čísla.

Ukazuje se, že pro účely integrálu jsou malé (vzhledem k intervalům) ty množiny, které se dají pokrýt libovolně malými intervaly:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Množina C reálných čísel se nazývá nulová, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existují intervaly (a_n, b_n) takové, že

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Množina C reálných čísel se nazývá nulová, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existují intervaly (a_n, b_n) takové, že

1. $\bigcup_{n=1}^{\infty} (a_n, b_n) \supset C$;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Množina C reálných čísel se nazývá nulová, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existují intervaly (a_n, b_n) takové, že

1. $\bigcup_{n=1}^{\infty} (a_n, b_n) \supset C$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) < \varepsilon$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Množina C reálných čísel se nazývá nulová, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existují intervaly (a_n, b_n) takové, že

1. $\bigcup_{n=1}^{\infty} (a_n, b_n) \supset C$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) < \varepsilon$.

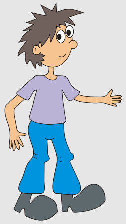
Říká se, že vlastnost V platí skoro všude (zkratka s.v.) na nějaké množině $M \subset \mathbb{R}$, jestliže existuje nulová množina C a V platí na $M \setminus C$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Množina C reálných čísel se nazývá nulová, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existují intervaly (a_n, b_n) takové, že

1. $\bigcup_{n=1}^{\infty} (a_n, b_n) \supset C$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) < \varepsilon$.

Říká se, že vlastnost V platí skoro všude (zkratka s.v.) na nějaké množině $M \subset \mathbb{R}$, jestliže existuje nulová množina C a V platí na $M \setminus C$.



Matematika je skoro všude doma. BTW já jsem asi nulová množina.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá nejvýše spočetná podmnožina $\mathbb{R}$ je nulová.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá nejvýše spočetná podmnožina $\mathbb{R}$ je nulová.
2. Podmnožina nulové množiny je nulová množina.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá nejvýše spočetná podmnožina $\mathbb{R}$ je nulová.
2. Podmnožina nulové množiny je nulová množina.
3. Spočetné sjednocení nulových množin je nulová množina.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá nejvýše spočetná podmnožina $\mathbb{R}$ je nulová.
2. Podmnožina nulové množiny je nulová množina.
3. Spočetné sjednocení nulových množin je nulová množina.
4. Interval není nulová množina.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá nejvýše spočetná podmnožina $\mathbb{R}$ je nulová.
2. Podmnožina nulové množiny je nulová množina.
3. Spočetné sjednocení nulových množin je nulová množina.
4. Interval není nulová množina.

Kdo nepozná nulovou množinu, je u mne nula.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 1 :

Termín *nulová množina* může mít v různých oblastech matematiky různé významy (někdy se tak nazývá prázdná množina). V těchto textech však bude vždy používán pro právě definovaný pojem.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 1 :

Termín *nulová množina* může mít v různých oblastech matematiky různé významy (někdy se tak nazývá prázdná množina). V těchto textech však bude vždy používán pro právě definovaný pojem.

Kdo se později obeznámí s teorií *míry*, pozná, že nulové množiny jsou právě ty podmnožiny $\mathbb{R}$, které mají Lebesguovu míru rovnou nule.

Konec poznámek 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 1 :

Cantorova množina je nespočetná nulová množina.

Konec příkladů 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 1 :

1. Dokažte přímo, že množiny $\mathbb{N}$, Q jsou nulové.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Ukažte, že množina iracionálních čísel není nulová.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Ukažte, že posunutí a násobek nulové množiny jsou opět nulové množiny.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Je-li A nulová množina, je množina $\mathbb{R} \setminus A$ hustá v $\mathbb{R}$, tj. každý otevřený interval množinu $\mathbb{R} \setminus A$ protíná.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

5. $\mathbb{R}$ lze vyjádřit jako spočetné sjednocení $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n$, kde A_0 je nulová množina a množiny $\mathbb{R} \setminus A_n, n = 1, 2, \ldots$, jsou otevřené a husté.

Konec otázek 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

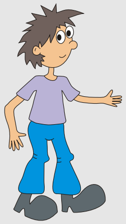
Cvičení 1 :

Potřebuje snad tady někdo MALÉ MNOŽINY ?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 1 :

Potřebuje snad tady někdo MALÉ MNOŽINY ?



Já bych si raději vzal větší . . .

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte nekonstantní spojitou funkci na $[0,1]$, která je co s.v. konstantní.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte nekonstantní spojitou funkci na $[0,1]$, která je co s.v. konstantní.

Řešení. Zkusíme najít funkci, která zobrazuje interval $[0,1]$ na sebe, je přitom spojitá a na mnoha intervalech konstantní.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte nekonstantní spojitou funkci na $[0, 1]$, která je co s.v. konstantní.

Řešení. Zkusíme najít funkci, která zobrazuje interval $[0, 1]$ na sebe, je přitom spojitá a na mnoha intervalech konstantní.

Bude to takové schodiště. Po částech konstantní funkce by nebyla při konečně mnoha schodech spojitá.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte nekonstantní spojitou funkci na $[0,1]$, která je co s.v. konstantní.

Řešení. Zkusíme najít funkci, která zobrazuje interval $[0,1]$ na sebe, je přitom spojitá a na mnoha intervalech konstantní.

Bude to takové schodiště. Po částech konstantní funkce by nebyla při konečně mnoha schodech spojitá.

Šlo by udělat schodiště s nekonečně mnoha schody?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte nekonstantní spojitou funkci na $[0,1]$, která je co s.v. konstantní.

Řešení. Zkusíme najít funkci, která zobrazuje interval $[0,1]$ na sebe, je přitom spojitá a na mnoha intervalech konstantní.

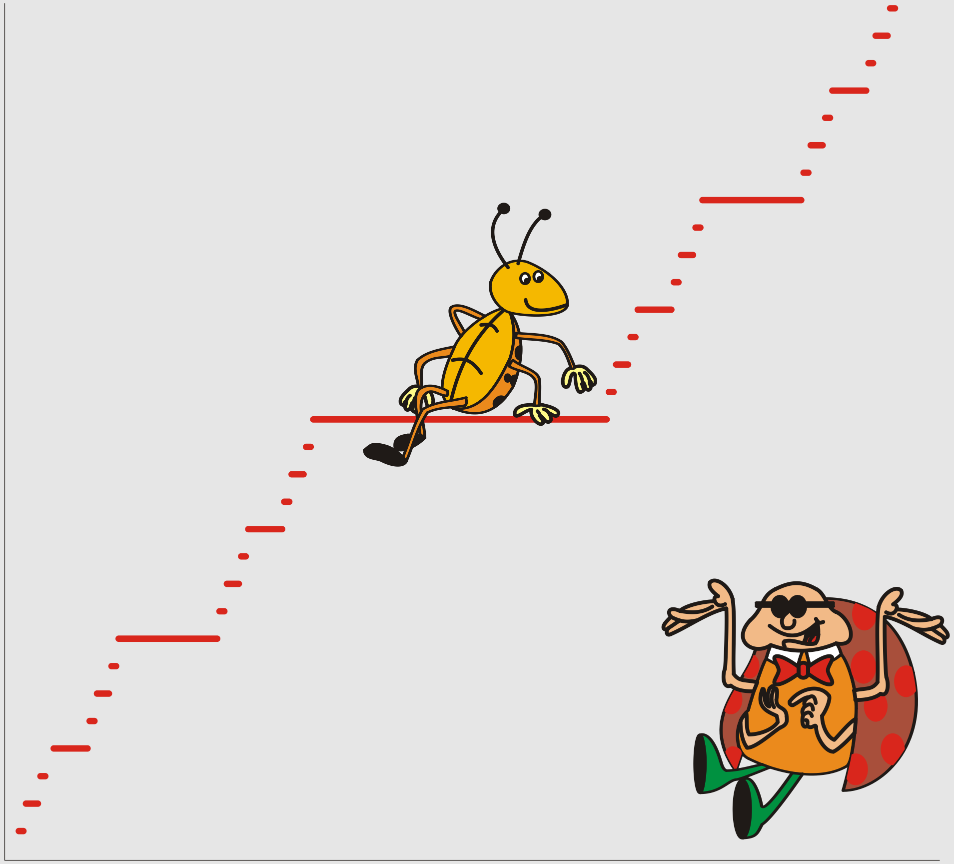
Bude to takové schodiště. Po částech konstantní funkce by nebyla při konečně mnoha schodech spojitá.

Šlo by udělat schodiště s nekonečně mnoha schody?

Podíváme se na to, co s tím půjde udělat:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Uděláme nejdříve prostřední schod, a potom nalevo a napravo od něj uděláme zase prostřední schod "menšího významu". To celé opakujeme:



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál

Definujeme tedy funkci $f : [0, 1] \to [0, 1]$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definujeme tedy funkci $f : [0, 1] \to [0, 1]$.

Začneme v krajních bodech intervalu: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definujeme tedy funkci $f : [0,1] \to [0,1]$.

⬇

Začneme v krajních bodech intervalu: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.

⬇

Pak definujeme $f(x) = 1/2$ pro body "prostřední"třetiny, tedy pro $x \in [1/3, 2/3]$. Přiřadili jsme tedy průměrnou hodnotu z hodnot v krajních bodech intervalu.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definujeme tedy funkci $f : [0,1] \to [0,1]$.

Začneme v krajních bodech intervalu: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.

Pak definujeme $f(x) = 1/2$ pro body "prostřední"třetiny, tedy pro $x \in [1/3, 2/3]$. Přiřadili jsme tedy průměrnou hodnotu z hodnot v krajních bodech intervalu.

Na první a poslední třetině postupujeme podobně, opět použijeme průměrnou hodnotu z hodnot v krajních bodech intervalu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Definujeme tedy funkci $f : [0,1] \to [0,1]$.

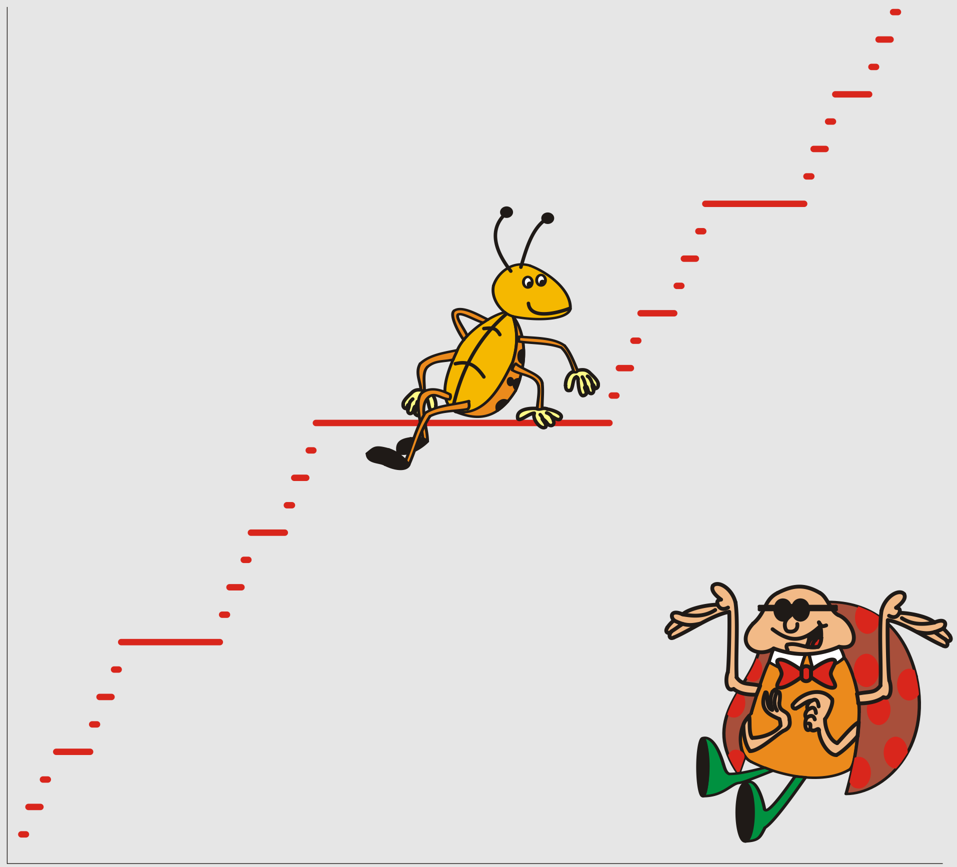
Začneme v krajních bodech intervalu: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.

Pak definujeme $f(x) = 1/2$ pro body "prostřední"třetiny, tedy pro $x \in [1/3, 2/3]$. Přiřadili jsme tedy průměrnou hodnotu z hodnot v krajních bodech intervalu.

Na první a poslední třetině postupujeme podobně, opět použijeme průměrnou hodnotu z hodnot v krajních bodech intervalu.

Postup opakujeme do nekonečna. Tím uděláme nekonečné schodiště. Sjednocení všech takto použitých třetin označíme T.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Spočítáme, kolik lina budeme na schodiště potřebovat.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Spočítáme, kolik lina budeme na schodiště potřebovat.

Máme tady jeden největší schod (1/3), dva menší (1/9), čtyři ještě menší (1/27) a tak dál. Sečteme to jako geometrickou řadu

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Spočítáme, kolik lina budeme na schodiště potřebovat.

Máme tady jeden největší schod (1/3), dva menší (1/9), čtyři ještě menší (1/27) a tak dál. Sečteme to jako geometrickou řadu

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \cdots = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 1 \,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Spočítáme, kolik lina budeme na schodiště potřebovat.

Máme tady jeden největší schod (1/3), dva menší (1/9), čtyři ještě menší (1/27) a tak dál. Sečteme to jako geometrickou řadu

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}+\cdots=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{2}{3}}=1\,.$$

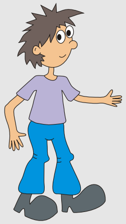
Tedy lina budeme potřebovat akorát.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme snad v definici na nějaký bod?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme snad v definici na nějaký bod?



Nevidím v našem linu žádnou racionální či iracionální díru.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pozor, definovali jsme zatím funkci s pouze spočetně mnoho hodnotami!

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pozor, definovali jsme zatím funkci s pouze spočetně mnoho hodnotami!

Tedy nezobrazuje na $[0,1]$!

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme asi na spoustu bodů. Najdeme je.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme asi na spoustu bodů. Najdeme je.

Napíšeme si čísla v $[0,1]$ pomocí trojkového zápisu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme asi na spoustu bodů. Najdeme je.

Napíšeme si čísla v $[0,1]$ pomocí trojkového zápisu.

$$x = \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3_3} + \cdots$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zapomněli jsme asi na spoustu bodů. Najdeme je.

Napíšeme si čísla v $[0, 1]$ pomocí trojkového zápisu.

$$x = \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3_3} + \cdots$$

Každý bod takto píšeme pomocí posloupnosti $\{a_1, a_2, \ldots\}$. Bod nula odpovídá $\{0, 0, \ldots\}$, bod 1/3 budeme pro jednoznačnost zápisu psát ve tvaru $\{0, 2, 2, 2 \ldots\}$. (Podobně bychom psali v desítkovém zápisu místo jedničky $0, 9999 \cdots$.)

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Teď pozor ! Přijde kouzlo !!!

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Teď pozor ! Přijde kouzlo !!!

Vnitřní body prostřední třetiny (interval $(1/3, 2/3)$) mají ve trojkové soustavě zápis typu $\{0, 1, a_3, \dots\}$. Vnitřní body dalších intervalů odpovídajících příslušným schodům mají ve svém zápise také jedničku.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Teď pozor ! Přijde kouzlo !!!

Vnitřní body prostřední třetiny (interval $(1/3, 2/3)$) mají ve trojkové soustavě zápis typu $\{0, 1, a_3, \ldots\}$. Vnitřní body dalších intervalů odpovídajících příslušným schodům mají ve svém zápise také jedničku.

Existuje nespočetně mnoho posloupností sestavených pouze z nul a dvojek. Tedy existuje nespočetně mnoho bodů, které nejsou uvnitř našich schodů.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Teď pozor ! Přijde kouzlo !!!

Vnitřní body prostřední třetiny (interval $(1/3, 2/3)$) mají ve trojkové soustavě zápis typu $\{0, 1, a_3, \ldots\}$. Vnitřní body dalších intervalů odpovídajících příslušným schodům mají ve svém zápise také jedničku.

Existuje nespočetně mnoho posloupností sestavených pouze z nul a dvojek. Tedy existuje nespočetně mnoho bodů, které nejsou uvnitř našich schodů.

Ale naše schody mají pouze spočetně mnoho krajních bodů. Proto musí být nespočetně mnoho bodů, ve kterých jsme ještě funkci nedefinovali.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Označme C podmnožinu $[0, 1]$, jejíž body nemají ve svém trojkovém zápisu jedničku.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Označme C podmnožinu $[0,1]$, jejíž body nemají ve svém trojkovém zápisu jedničku.

$\Downarrow$

C je nespočetná množina.

$\Downarrow$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Označme C podmnožinu $[0, 1]$, jejíž body nemají ve svém trojkovém zápisu jedničku.

C je nespočetná množina.

C je nulová množina. (K danému $\varepsilon > 0$ najdeme schody, na nichž je položeno lino v celkové délce větší $1 - \varepsilon$. Pak mezery mezi těmito schody jde pokrýt konečně mnoha otevřenými intervaly o celkové délce menší než $\varepsilon > 0$.)

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Označme C podmnožinu $[0,1]$, jejíž body nemají ve svém trojkovém zápisu jedničku.

⬇

C je nespočetná množina.

⬇

C je nulová množina. (K danému $\varepsilon > 0$ najdeme schody, na nichž je položeno lino v celkové délce větší $1-\varepsilon$. Pak mezery mezi těmito schody jde pokrýt konečně mnoha otevřenými intervaly o celkové délce menší než $\varepsilon > 0$.)

⬇

Množina $C \cap T$ je spočetná.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Označme C podmnožinu $[0,1]$, jejíž body nemají ve svém trojkovém zápisu jedničku.

⇓

C je nespočetná množina.

⇓

C je nulová množina. (K danému $\varepsilon > 0$ najdeme schody, na nichž je položeno lino v celkové délce větší $1-\varepsilon$. Pak mezery mezi těmito schody jde pokrýt konečně mnoha otevřenými intervaly o celkové délce menší než $\varepsilon > 0$.)

⇓

Množina $C \cap T$ je spočetná.

⇓

Množině C se říká Cantorova množina.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vrátíme se k naší funkci. Budeme definovat funkci v bodě x Cantorovy množiny C jako suprémum hodnot funkce na třetinových schodech vlevo od x. Tedy

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vrátíme se k naší funkci. Budeme definovat funkci v bodě x Cantorovy množiny C jako suprémum hodnot funkce na třetinových schodech vlevo od x. Tedy

$$f(x) = \sup\{ f(t) : \ t \leq x \, , \ t \in T \} \, .$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vrátíme se k naší funkci. Budeme definovat funkci v bodě x Cantorovy množiny C jako suprémum hodnot funkce na třetinových schodech vlevo od x. Tedy

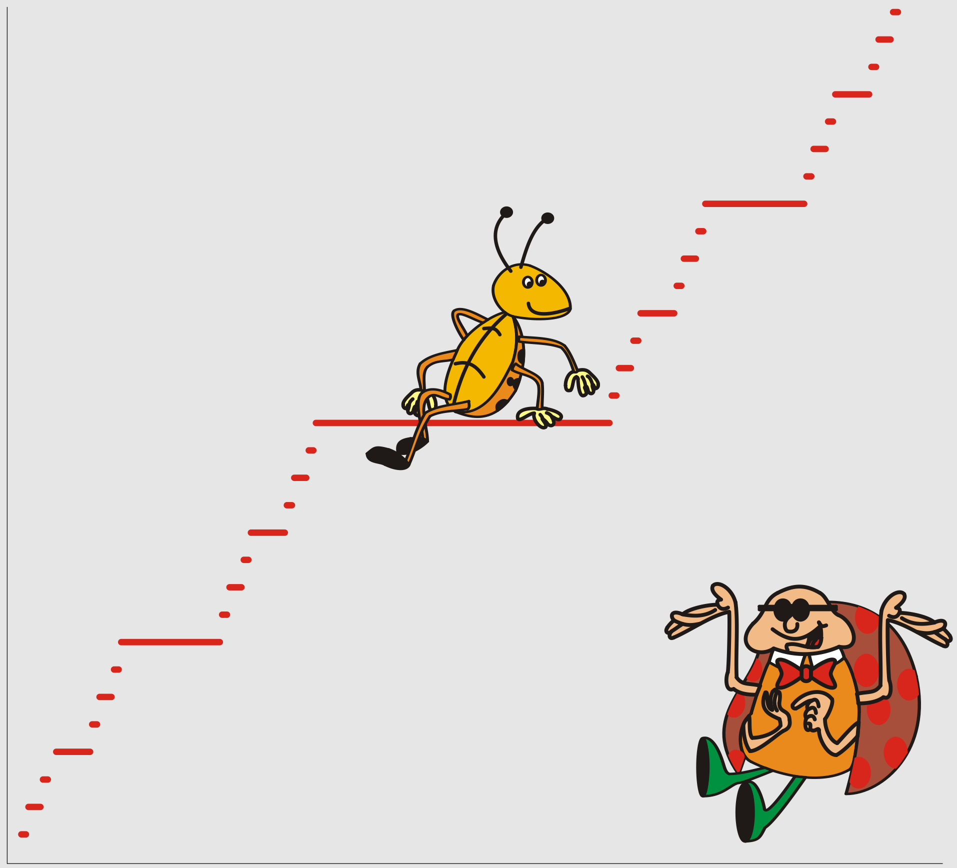
$$f(x) = \sup\{f(t) :\ t \le x\ ,\ t \in T\ \}\ .$$

Takto získáme spojitou funkci, která zobrazuje $[0,1]$ na $[0,1]$. Je konstantní na intervalech obsažených v T, jejichž celková délka je 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Této funkci se říká Cantorova funkce. Je to jedna z nejdůležitějších funkcí v teorii integrace:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Všimněme si, že Cantorova funkce roste (o jedničku) na nulové množině.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \ldots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \ldots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

Řekneme, že bod $x \in \mathbb{R}$ je modrý, když interval $[0, x]$ jde pokrýt konečně mnoha modrými intervaly.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \ldots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

Řekneme, že bod $x \in \mathbb{R}$ je modrý, když interval $[0, x]$ jde pokrýt konečně mnoha modrými intervaly.

Nechť s je suprémum modrých bodů.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \dots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

Řekneme, že bod $x \in \mathbb{R}$ je modrý, když interval $[0, x]$ jde pokrýt konečně mnoha modrými intervaly.

Nechť s je suprémum modrých bodů.

Je-li s konečné, dostaneme spor, protože bod s je pokryt intervalem I_s, v tomto intervalu musí být nějaký modrý bod a existuje tedy nějaký modrý bod větší než s.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

⬇

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \dots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

⬇

Řekneme, že bod $x \in \mathbb{R}$ je modrý, když interval $[0, x]$ jde pokrýt konečně mnoha modrými intervaly.

⬇

Nechť s je suprémum modrých bodů.

⬇

Je-li s konečné, dostaneme spor, protože bod s je pokryt intervalem I_s, v tomto intervalu musí být nějaký modrý bod a existuje tedy nějaký modrý bod větší než s.

⬇

Je-li $s = +\infty$, je bod 2 modrý a interval $[0, 2]$ jde pokrýt konečně mnoha intervaly s celkovou délkou menší než 1. Spor

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Dokažte, že množina reálných čísel není nulová.

Řešení. Kdyby množina $\mathbb{R}$ byla nulová, pokryjeme ji spočetně mnoha intervaly $I_1, I_2, \ldots$ o celkové délce menší než 1. Budeme těmto intervalům říkat modré.

Řekneme, že bod $x \in \mathbb{R}$ je modrý, když interval $[0, x]$ jde pokrýt konečně mnoha modrými intervaly.

Nechť s je suprémum modrých bodů.

Je-li s konečné, dostaneme spor, protože bod s je pokryt intervalem I_s, v tomto intervalu musí být nějaký modrý bod a existuje tedy nějaký modrý bod větší než s.

Je-li $s = +\infty$, je bod 2 modrý a interval $[0, 2]$ jde pokrýt konečně mnoha intervaly s celkovou délkou menší než 1. Spor

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Duch reálných čísel ožil.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 1 :

Reálnou osu pokryju spočetně mnoha intervaly s délkami menšími než ε. Je to tedy nulová množina?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 1 :

Reálnou osu pokryju spočetně mnoha intervaly s délkami menšími než ε. Je to tedy nulová množina?

Zapomněl jsi na sčítání ?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 1.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Budeme budovat nový integrál.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-PRIMITIVNÍ FUNKCE

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Podle předchozího pozorování jsou konečné a spočetné množiny nulové.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Podle předchozího pozorování jsou konečné a spočetné množiny nulové.

Nespočetné množiny mohou ale nemusejí být nulové.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Podle předchozího pozorování jsou konečné a spočetné množiny nulové.

Nespočetné množiny mohou ale nemusejí být nulové.

To naznačuje možnost, že nejvýše spočetné množiny tvoří specifickou třídu nulových množin a že zobecněné primitivní funkce definované na základě této třídy by mohly být také nějak specifické.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Podle předchozího pozorování jsou konečné a spočetné množiny nulové.

Nespočetné množiny mohou ale nemusejí být nulové.

To naznačuje možnost, že nejvýše spočetné množiny tvoří specifickou třídu nulových množin a že zobecněné primitivní funkce definované na základě této třídy by mohly být také nějak specifické.

Této situaci bude věnována tato sekce.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

V předchozím příkladě pro signum by se dostala jiná hodnota integrálu, pokud by místo zobecněné primitivní funkce $|x|$ byla použita např. funkce $|x| + 1$ na $(-\infty, 0)$ a $|x|$ na $(0, +\infty)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

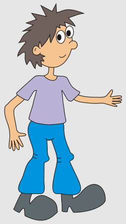
V předchozím příkladě pro signum by se dostala jiná hodnota integrálu, pokud by místo zobecněné primitivní funkce $|x|$ byla použita např. funkce $|x| + 1$ na $(-\infty, 0)$ a $|x|$ na $(0, +\infty)$.

Tato nevhodná volba se odstraní požadavkem spojitosti zobecněné primitivní funkce.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

V předchozím příkladě pro signum by se dostala jiná hodnota integrálu, pokud by místo zobecněné primitivní funkce $|x|$ byla použita např. funkce $|x| + 1$ na $(-\infty, 0)$ a $|x|$ na $(0, +\infty)$.

Tato nevhodná volba se odstraní požadavkem spojitosti zobecněné primitivní funkce.



Ještě že umím lepit.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá J-primitivní funkce k f na I, jestliže

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá J-primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ na I až na nejvýše spočetnou množinu;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá J-primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ na I až na nejvýše spočetnou množinu;
2. F je spojitá na I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá J-primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ na I až na nejvýše spočetnou množinu;
2. F je spojitá na I.

Spočetná množina $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$ se nazývá výjimečná množina funkce f.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá J-primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ na I až na nejvýše spočetnou množinu;
2. F je spojitá na I.

Spočetná množina $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$ se nazývá výjimečná množina funkce f.

Jde o "zobecněný Newtonův integrál".

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá spojitá funkce na intervalu I má na I J-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá spojitá funkce na intervalu I má na I J-primitivní funkci.
2. Je-li F J-primitivní funkce k f na I, má tutéž vlastnost i $F + k$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá spojitá funkce na intervalu I má na I J-primitivní funkci.
2. Je-li F J-primitivní funkce k f na I, má tutéž vlastnost i $F + k$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$.
3. Jsou-li F, G J-primitivní funkce k f, g na I, je $\alpha F + \beta G$ J-primitivní funkce k $\alpha f + \beta g$ na I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro důkaz tvrzení, že dvě J-primitivní funkce k f se liší o konstantu, nelze použít větu o střední hodnotě, jak tomu bylo u primitivních funkcích.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro důkaz tvrzení, že dvě J-primitivní funkce k f se liší o konstantu, nelze použít větu o střední hodnotě, jak tomu bylo u primitivních funkcích.

Následující důkaz je o něco složitější, než by mohl pro danou situaci být, ale byl zvolený tak, aby z něj bylo možné vidět zobecnění na nulovou množinu C místo spočetné množiny.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Jednoznačnost) Dvě J–primitivní funkce k f na I se liší o konstantu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Jednoznačnost) Dvě J–primitivní funkce k f na I se liší o konstantu.

Nejdříve se dokáže následující pomocné tvrzení, které je však důležité i v jiných situacích.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. **(Jednoznačnost)** Dvě J–primitivní funkce k f na I se liší o konstantu.

Nejdříve se dokáže následující pomocné tvrzení, které je však důležité i v jiných situacích.

V tvrzení je použit termín *pokrytí* $[a, b]$ *systémem množin* $\mathcal{S}$, což znamená, že sjednocení všech množin z $\mathcal{S}$ obsahuje $[a, b]$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a, b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a, b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i - j| \leq 1$..

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a, b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a, b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i - j| \leq 1$..

Důkaz. Označí se $p = \sup\{x \in [a, b]; [a, x]$ lze pokrýt konečným podsystémem systému $\mathcal{S}\}$. Kdyby $p < b$, stačí vzít jednu množinu z $\mathcal{S}$, např. (r, s), obsahující p a potom lze pokrýt konečným podsystémem i interval $[a, q]$ pro $q \in (p, s)$, což je spor.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a, b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a, b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i - j| \leq 1$..

Důkaz. Označí se $p = \sup\{x \in [a, b]; [a, x]$ lze pokrýt konečným podsystémem systému $\mathcal{S}\}$. Kdyby $p < b$, stačí vzít jednu množinu z $\mathcal{S}$, např. (r, s), obsahující p a potom lze pokrýt konečným podsystémem i interval $[a, q]$ pro $q \in (p, s)$, což je spor.

Lze předpokládat, že získaný podsystém je minimální, tj. po odebrání libovolného jeho prvku zbylý systém už $[a, b]$ nepokrývá.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a, b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a, b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i - j| \leq 1$..

Důkaz. Označí se $p = \sup\{x \in [a, b]; [a, x]$ lze pokrýt konečným podsystémem systému $\mathcal{S}\}$. Kdyby $p < b$, stačí vzít jednu množinu z $\mathcal{S}$, např. (r, s), obsahující p a potom lze pokrýt konečným podsystémem i interval $[a, q]$ pro $q \in (p, s)$, což je spor.

Lze předpokládat, že získaný podsystém je minimální, tj. po odebrání libovolného jeho prvku zbylý systém už $[a, b]$ nepokrývá.

Nechť se získaný konečný podsoubor skládá z intervalů $S_1, S_2, ..., S_k$ se středy $s_1, s_2, ..., s_k$, přičemž $s_1 < s_2 < ... < s_k$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a, b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a, b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i - j| \leq 1$..

Důkaz. Označí se $p = \sup\{x \in [a, b]; [a, x]$ lze pokrýt konečným podsystémem systému $\mathcal{S}\}$. Kdyby $p < b$, stačí vzít jednu množinu z $\mathcal{S}$, např. (r, s), obsahující p a potom lze pokrýt konečným podsystémem i interval $[a, q]$ pro $q \in (p, s)$, což je spor.

Lze předpokládat, že získaný podsystém je minimální, tj. po odebrání libovolného jeho prvku zbylý systém už $[a, b]$ nepokrývá.

Nechť se získaný konečný podsoubor skládá z intervalů $S_1, S_2, ..., S_k$ se středy $s_1, s_2, ..., s_k$, přičemž $s_1 < s_2 < ... < s_k$.

Ukažte, že z minimality vyplývá žádaná vlastnost: intervaly S_i, S_j se protínají jedině když $|i - j| \leq 1$.

LEMMA. Nechť kompaktní interval $[a,b]$ je pokryt systémem $\mathcal{S}$ otevřených intervalů. Pak existuje konečný podsystém $\{S_1, ..., S_k\}$, který pokrývá $[a,b]$ a S_i, S_j se protínají jen pokud $|i-j| \le 1$..

Důkaz. Označí se $p = \sup\{x \in [a,b]; [a,x]$ lze pokrýt konečným podsystémem systému $\mathcal{S}\}$. Kdyby $p < b$, stačí vzít jednu množinu z $\mathcal{S}$, např. (r,s), obsahující p a potom lze pokrýt konečným podsystémem i interval $[a,q]$ pro $q \in (p,s)$, což je spor.

Lze předpokládat, že získaný podsystém je minimální, tj. po odebrání libovolného jeho prvku zbylý systém už $[a,b]$ nepokrývá.

Nechť se získaný konečný podsoubor skládá z intervalů $S_1, S_2, ..., S_k$ se středy $s_1, s_2, ..., s_k$, přičemž $s_1 < s_2 < ... < s_k$.

Ukažte, že z minimality vyplývá žádaná vlastnost: intervaly S_i, S_j se protínají jedině když $|i-j| \le 1$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jsou to průhledné věcičky. Teď se vrátíme a dokážeme větu o jednoznačnosti.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. věty. Tvrzení stačí dokázat pro otevřený interval $I = (a, b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. věty. Tvrzení stačí dokázat pro otevřený interval $I = (a, b)$.

Nechť C je spočetná množina bodů $c_n, n = 1, 2, ...$ z (a, b), F je spojitá na (a, b) a $F'(x) = 0$ pro $x \in I \setminus C$. Má se dokázat, že F je konstantní na (a, b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. věty. Tvrzení stačí dokázat pro otevřený interval $I = (a, b)$.

Nechť C je spočetná množina bodů $c_n, n = 1, 2, \dots$ z (a, b), F je spojitá na (a, b) a $F'(x) = 0$ pro $x \in I \setminus C$. Má se dokázat, že F je konstantní na (a, b).

Nechť $r, s \in (a, b), r < s$. Stačí ukázat, že $|F(r) - F(s)|$ je libovolně malé. Buď tedy $\varepsilon > 0$. Může se předpokládat, že $r, s \in C$ (jinak se C o tyto body doplní).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. věty. Tvrzení stačí dokázat pro otevřený interval $I = (a, b)$.

Nechť C je spočetná množina bodů $c_n, n = 1, 2, \ldots$ z (a, b), F je spojitá na (a, b) a $F'(x) = 0$ pro $x \in I \setminus C$. Má se dokázat, že F je konstantní na (a, b).

Nechť $r, s \in (a, b), r < s$. Stačí ukázat, že $|F(r) - F(s)|$ je libovolně malé. Buď tedy $\varepsilon > 0$. Může se předpokládat, že $r, s \in C$ (jinak se C o tyto body doplní).

Pro každé $x \in (a, b)$ existuje okolí $U_x = (x - \delta_x, x + \delta_x) \subset (a, b)$ tak, že $|F(y) - F(x)| \le \varepsilon|y - x|$ pro $y \in U_x$ pokud $x \notin C$ (protože $F'(x) = 0$) a tak, že $|F(y) - F(x)| \le \varepsilon/2^n$ pro $y \in U_x$ pokud $x = c_n$ (protože F je v c_n spojitá).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. věty. Tvrzení stačí dokázat pro otevřený interval $I = (a, b)$.

Nechť C je spočetná množina bodů $c_n, n = 1, 2, \ldots$ z (a, b), F je spojitá na (a, b) a $F'(x) = 0$ pro $x \in I \setminus C$. Má se dokázat, že F je konstantní na (a, b).

Nechť $r, s \in (a, b), r < s$. Stačí ukázat, že $|F(r) - F(s)|$ je libovolně malé. Buď tedy $\varepsilon > 0$. Může se předpokládat, že $r, s \in C$ (jinak se C o tyto body doplní).

Pro každé $x \in (a, b)$ existuje okolí $U_x = (x - \delta_x, x + \delta_x) \subset (a, b)$ tak, že $|F(y) - F(x)| \leq \varepsilon|y - x|$ pro $y \in U_x$ pokud $x \notin C$ (protože $F'(x) = 0$) a tak, že $|F(y) - F(x)| \leq \varepsilon/2^n$ pro $y \in U_x$ pokud $x = c_n$ (protože F je v c_n spojitá).

Šikovně jsme si udělali pokrytí.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podle předchozího lemmatu lze najít body $x_1 < x_2 < ... < x_k$ tak, že $\{U_{x_i}\}_1^k$ pokrývá $[r, s]$ a protínají se pouze sousední intervaly.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podle předchozího lemmatu lze najít body $x_1 < x_2 < ... < x_k$ tak, že $\{U_{x_i}\}_1^k$ pokrývá $[r, s]$ a protínají se pouze sousední intervaly.

$\Downarrow$

Pro každé i existuje $y_i \in U_{x_i} \cap U_{x_{i+1}} \cap (x_i, x_{i+1})$, přičemž y_1 lze zvolit větší než r a y_{k-1} menší než s. Nyní se položí $y_0 = r, y_k = s$ a tedy je $y_i < y_{i+1}$ pro $i = 0, ..., k - 1$.

$\Downarrow$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podle předchozího lemmatu lze najít body $x_1 < x_2 < ... < x_k$ tak, že $\{U_{x_i}\}_1^k$ pokrývá $[r, s]$ a protínají se pouze sousední intervaly.

Pro každé i existuje $y_i \in U_{x_i} \cap U_{x_{i+1}} \cap (x_i, x_{i+1})$, přičemž y_1 lze zvolit větší než r a y_{k-1} menší než s. Nyní se položí $y_0 = r, y_k = s$ a tedy je $y_i < y_{i+1}$ pro $i = 0, ..., k-1$.

Potom

$$|F(r) - F(s)| \leq \sum_{i=0}^{k-1} |F(y_{i+1}) - F(y_i)| .$$

Protože oba sousední body y_i, y_{i+1} leží v U_{x_i} po obou stranách jeho středu (kromě, možná, prvního a posledního intervalu), je $|F(y_{i+1}) - F(y_i)|$ buď nejvýše $\varepsilon(y_{i+1} - y_i)$ pokud $x_i \notin C$ a nejvýše $\varepsilon/2^n$ pokud $x_i = c_n$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Podle předchozího lemmatu lze najít body $x_1 < x_2 < \ldots < x_k$ tak, že $\{U_{x_i}\}_1^k$ pokrývá $[r, s]$ a protínají se pouze sousední intervaly.

Pro každé i existuje $y_i \in U_{x_i} \cap U_{x_{i+1}} \cap (x_i, x_{i+1})$, přičemž y_1 lze zvolit větší než r a y_{k-1} menší než s. Nyní se položí $y_0 = r, y_k = s$ a tedy je $y_i < y_{i+1}$ pro $i = 0, \ldots, k-1$.

Potom

$$|F(r) - F(s)| \leq \sum_{i=0}^{k-1} |F(y_{i+1}) - F(y_i)| .$$

Protože oba sousední body y_i, y_{i+1} leží v U_{x_i} po obou stranách jeho středu (kromě, možná, prvního a posledního intervalu), je $|F(y_{i+1}) - F(y_i)|$ buď nejvýše $\varepsilon(y_{i+1} - y_i)$ pokud $x_i \notin C$ a nejvýše $\varepsilon/2^n$ pokud $x_i = c_n$.

Odtud vyplývá, že

$$|F(r) - F(s)| \leq \sum_{i=0}^{k-1} |F(y_{i+1}) - F(y_i)| \leq \varepsilon((s - r) + 2) .$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Které funkce mají J-primitivní funkce a nemají primitivní funkce?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Které funkce mají J-primitivní funkce a nemají primitivní funkce?

Zřejmě funkce typu signum a jejich posunutí a lineární kombinace (tzv. jednoduché nebo schodovité funkce, mající jen konečně mnoho hodnot, které nabývají na konečně mnoha intervalech).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Které funkce mají J-primitivní funkce a nemají primitivní funkce?

Zřejmě funkce typu signum a jejich posunutí a lineární kombinace (tzv. jednoduché nebo schodovité funkce, mající jen konečně mnoho hodnot, které nabývají na konečně mnoha intervalech).

Následující tvrzení tento případ ještě více zobecní. Jde zde o monotónní funkce:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. Každá monotónní funkce (a tedy i jejich lineární kombinace) na intervalu I má na tomto intervalu J-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. Každá monotónní funkce (a tedy i jejich lineární kombinace) na intervalu I má na tomto intervalu J-primitivní funkci.

Důkaz. Nechť f je např. neklesající funkce na I a $C = \{c_n\}$ je spočetná množina jejích bodů nespojitosti (skoků).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. Každá monotónní funkce (a tedy i jejich lineární kombinace) na intervalu I má na tomto intervalu J-primitivní funkci.

Důkaz. Nechť f je např. neklesající funkce na I a $C = \{c_n\}$ je spočetná množina jejích bodů nespojitosti (skoků).

Označí-li se s_n velikost skoku v bodě c_n, pak nezáporná funkce s, která má v $x \in I$ hodnotu $\sum\{s_n; c_n < x\}$, se nazývá funkce skoků. Rozdíl $f - s$ je spojitá funkce na I, která tedy má primitivní funkci na I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. Každá monotónní funkce (a tedy i jejich lineární kombinace) na intervalu I má na tomto intervalu J-primitivní funkci.

Důkaz. Nechť f je např. neklesající funkce na I a $C = \{c_n\}$ je spočetná množina jejích bodů nespojitosti (skoků).

Označí-li se s_n velikost skoku v bodě c_n, pak nezáporná funkce s, která má v $x \in I$ hodnotu $\sum\{s_n; c_n < x\}$, se nazývá funkce skoků. Rozdíl $f - s$ je spojitá funkce na I, která tedy má primitivní funkci na I.

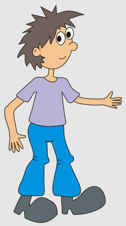
Snadno se zjistí, že $S(x) = \sum\{s_n(x - c_n); c_n < x\}$ je J-primitivní funkce k s na I s výjimečnou množinou C. Tedy i funkce f má J-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Monotónní funkce mají J-primitivní funkci. Výjimečnou množinou jsou body skoku.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Monotónní funkce mají J-primitivní funkci. Výjimečnou množinou jsou body skoku.



Já si to myslel předem.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 2 :

1. Předpoklad spojitosti u J-primitivní funkce je podstatný. Bez něj nebude platit tvrzení, že dvě zobecněné primitivní funkce k dané funkci se liší o konstantu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 2 :

1. Předpoklad spojitosti u J-primitivní funkce je podstatný. Bez něj nebude platit tvrzení, že dvě zobecněné primitivní funkce k dané funkci se liší o konstantu.

U primitivní funkce spojitost vyplývala z existence derivace, u zobecněné primitivní funkce tomu tak není a spojitost musí být explicitně uvedena.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Má-li f J-primitivní funkci na (a, b) a změní-li se hodnoty f ve spočetně mnoha bodech, má i tato nová funkce J-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Aby měla funkce J-primitivní funkci, nemusí být definována ve spočetně mnoha bodech. Bývá vhodné pak funkci v těchto bodech dodefinovat, nejlépe hodnotou 0.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

⬇

Jestliže má nějaká funkce za body nespojitosti jen skoky, lze podobně jako pro monotónní funkce sestrojit J-primitivní funkci.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

⬇

Jestliže má nějaká funkce za body nespojitosti jen skoky, lze podobně jako pro monotónní funkce sestrojit J-primitivní funkci.

⬇

Funkce, které nemají oscilace, se charakterizují tím, že mají v každém vnitřním bodě definičního intervalu obě jednostranné limity. Takže platí tvrzení:

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

Jestliže má nějaká funkce za body nespojitosti jen skoky, lze podobně jako pro monotónní funkce sestrojit J-primitivní funkci.

Funkce, které nemají oscilace, se charakterizují tím, že mají v každém vnitřním bodě definičního intervalu obě jednostranné limity. Takže platí tvrzení:

Funkce, která má v každém bodě intervalu (a, b) *obě jednostranné limity, má na* (a, b) *J-primitivní funkci.*

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

Jestliže má nějaká funkce za body nespojitosti jen skoky, lze podobně jako pro monotónní funkce sestrojit J-primitivní funkci.

Funkce, které nemají oscilace, se charakterizují tím, že mají v každém vnitřním bodě definičního intervalu obě jednostranné limity. Takže platí tvrzení:

Funkce, která má v každém bodě intervalu (a, b) *obě jednostranné limity, má na* (a, b) *J-primitivní funkci.*

Lze dodat, že lineární kombinace monotónních funkcí na kompaktním intervalu jsou tzv. *funkce s konečnou variací* a dají se definovat interně (f je funkce na $[a, b]$):

$$\sup\{\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|; a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b, n \in \mathbb{N}\} \in \mathbb{R}\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Větu o existenci J-primitivní funkce pro monotónní funkci lze zobecnit. Monotónní funkce mají nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti, které jsou skoky.

⬇

Jestliže má nějaká funkce za body nespojitosti jen skoky, lze podobně jako pro monotónní funkce sestrojit J-primitivní funkci.

⬇

Funkce, které nemají oscilace, se charakterizují tím, že mají v každém vnitřním bodě definičního intervalu obě jednostranné limity. Takže platí tvrzení:

⬇

Funkce, která má v každém bodě intervalu (a, b) *obě jednostranné limity, má na* (a, b) *J-primitivní funkci.*

⬇

Lze dodat, že lineární kombinace monotónních funkcí na kompaktním intervalu jsou tzv. *funkce s konečnou variací* a dají se definovat interně (f je funkce na $[a, b]$):

$$\sup\{\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|; a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b, n \in \mathbb{N}\} \in \mathbb{R}\,.$$

⬇

Na nekompaktním intervalu se funkce s konečnou variací většinou definují lokálně (na každém kompaktním podintervalu mají konečnou variaci).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec poznámek 2.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 2 :

1. Dirichletova a Riemannova funkce mají nulové J-primitivní funkce.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Sestrojte J-primitivní funkce k funkci $[x]$ (celá část x) na intervalech $(0, +\infty)$, $(-\infty, 0)$, $(-\infty, +\infty)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Sestrojte J-primitivní funkci k f na $(0, 10)$, kde

$$f(x) = \begin{cases} 0, & [x] \text{ je sudá;} \\ 1, & [x] \text{ je lichá.} \end{cases}$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Sestrojte J-primitivní funkci k f na $(0,1)$, kde

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\in(1-2^{-k},1-2^{-k-1}), \text{ k sudé;}\\ 1, & x\in(1-2^{-k},1-2^{-k-1}), \text{ k liché.}\end{cases}$$

Konec příkladů 2.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 2 :

Dokažte jednodušeji tvrzení, že dvě J-primitivní funkce k f na (a, b) se liší o konstantu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 2 :

Dokažte jednodušeji tvrzení, že dvě J-primitivní funkce k f na (a,b) se liší o konstantu.

⬇

Stačí dokázat, že je-li F spojitá na (a,b) a má tam nulovou derivaci všude kromě spočetné množiny, je F neklesající.

Konec otázek 2.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 2 :

Zkusíme si něco "až na spočetně":

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 2 :

Zkusíme si něco "až na spočetně":

Příklad. Nechť spojitá funkce je rostoucí ve všech bodech až na spočetnou množinu výjimek. Dokažte, že je rostoucí.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 2 :

Zkusíme si něco "až na spočetně":

Příklad. Nechť spojitá funkce je rostoucí ve všech bodech až na spočetnou množinu výjimek. Dokažte, že je rostoucí.

Řešení. Nechť $f : [0.1] \to \mathbb{R}$ je spojitá a rostoucí v bodech $[0,1] \setminus M$, kde M je spočetná množina s prvky $m_1, m_2, \ldots$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 2 :

Zkusíme si něco "až na spočetně":

Příklad. Nechť spojitá funkce je rostoucí ve všech bodech až na spočetnou množinu výjimek. Dokažte, že je rostoucí.

Řešení. Nechť $f : [0.1] \to \mathbb{R}$ je spojitá a rostoucí v bodech $[0,1] \setminus M$, kde M je spočetná množina s prvky $m_1, m_2, \ldots$.

Nechť $f(0) = 0$ a $f(1) = -\varepsilon < 0$. Dokážeme spor.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Bude to chvilku trvat.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Položme $g_1 = f$, $V_1 = \emptyset$. Nechť máme dáno g_n a V_n.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vezmeme bod m_n a najdeme ze spojitosti interval $(a_n, b_n) \subset [0,1] \setminus V_n$ obsahující m_n tak, že

$$|g_n(a_n) - g_n(b_n)| \leq \frac{\varepsilon}{2^n}\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vezmeme bod m_n a najdeme ze spojitosti interval $(a_n, b_n) \subset [0,1] \setminus V_n$ obsahující m_n tak, že

$$|g_n(a_n) - g_n(b_n)| \le \frac{\varepsilon}{2^n}\,.$$

Pak definujeme funkci g_{n+1} takto

$$g_{n+1}(x) = \begin{cases} g_n(x), & x \le a_n; \\ \text{lineárně}\,, & a_n \le x \le b_n; \\ g_n(x) + \frac{\varepsilon}{2^n}, & x \ge b_n. \end{cases}$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vezmeme bod m_n a najdeme ze spojitosti interval $(a_n, b_n) \subset [0,1] \setminus V_n$ obsahující m_n tak, že

$$|g_n(a_n) - g_n(b_n)| \le \frac{\varepsilon}{2^n}\,.$$

Pak definujeme funkci g_{n+1} takto

$$g_{n+1}(x) = \begin{cases} g_n(x), & x \le a_n; \\ \text{lineárně}\,, & a_n \le x \le b_n; \\ g_n(x) + \frac{\varepsilon}{2^n}, & x \ge b_n. \end{cases}$$

Vpravo od b_n zvednu o konstantu a na $[a_n, b_n]$ doplním lineárně.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vezmeme bod m_n a najdeme ze spojitosti interval $(a_n, b_n) \subset [0,1] \setminus V_n$ obsahující m_n tak, že

$$|g_n(a_n) - g_n(b_n)| \leq \frac{\varepsilon}{2^n}.$$

Pak definujeme funkci g_{n+1} takto

$$g_{n+1}(x) = \begin{cases} g_n(x), & x \leq a_n; \\ \text{lineárně}, & a_n \leq x \leq b_n; \\ g_n(x) + \frac{\varepsilon}{2^n}, & x \geq b_n. \end{cases}$$

Vpravo od b_n zvednu o konstantu a na $[a_n, b_n]$ doplním lineárně.

Položme $V_{n+1} = V_n \cup [a_n, b_n]$ a matematickou indukcí sestrojíme posloupnost funkcí $\{g_n\}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál

Posloupnost $\{g_n(x)\}$ je od určitého indexu neklesající. Označme její limitu $g(x)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Posloupnost $\{g_n(x)\}$ je od určitého indexu neklesající. Označme její limitu $g(x)$.

Všimneme si, že g je rostoucí v bodech $[0,1]$ a $g(1) < f(1)+\varepsilon < 0$. To je spor, protože $g(0) = 0$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Posloupnost $\{g_n(x)\}$ je od určitého indexu neklesající. Označme její limitu $g(x)$.

Všimneme si, že g je rostoucí v bodech $[0,1]$ a $g(1) < f(1)+\varepsilon < 0$. To je spor, protože $g(0) = 0$.

Analytik je bez ε totálně vyřízený.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 2.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se J-integrál funkce f:

$$(J)\int_a^b f \,\mathrm{dx} = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+)$, $F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se J-integrál funkce f:

$$(J)\int_a^b f\,\mathrm{dx} = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

Podobně jako u Newtonova integrálu se definují $(J)\int_a^a = 0\,,(J)\int_b^a = -(J)\int_a^b$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

J-INTEGRÁL

Nyní lze definovat integrál stejným způsobem, jako u Newtonova integrálu.

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval I s hraničními body $a < b$:

1. funkce f má na I J-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+)$, $F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se J-integrál funkce f:

$$(J)\int_a^b f \,\mathrm{dx} = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

Podobně jako u Newtonova integrálu se definují $(J)\int_a^a = 0\,,\ (J)\int_b^a = -(J)\int_a^b$

Množina všech funkcí, které mají vlastní J-integrál $(J)\int_a^b f \,\mathrm{dx}$, se značí $J(a,b)$. Funkce z $J(a,b)$ se nazývají J-integrovatelné, nebo se říká, že jejich J-integrál konverguje (na

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

rozdíl od termínu *existuje*, kdy může být hodnota integrálu nevlastní).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze symbolu pro integrál není vidět na jakém typu intervalu I (např. otevřeném, uzavřeném) je integrál definován. Není to totiž podstatné, protože z definice je vidět, že hodnota integrálu nezávisí na tom, zda koncové body intervalu I náleží do I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze symbolu pro integrál není vidět na jakém typu intervalu I (např. otevřeném, uzavřeném) je integrál definován. Není to totiž podstatné, protože z definice je vidět, že hodnota integrálu nezávisí na tom, zda koncové body intervalu I náleží do I.

V dalším textu bude proto často bez újmy na obecnosti brán otevřený interval I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ze symbolu pro integrál není vidět na jakém typu intervalu I (např. otevřeném, uzavřeném) je integrál definován. Není to totiž podstatné, protože z definice je vidět, že hodnota integrálu nezávisí na tom, zda koncové body intervalu I náleží do I.

V dalším textu bude proto často bez újmy na obecnosti brán otevřený interval I.

Výhoda bude vidět hned v následujícím tvrzení.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$ je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $J(a,b) = J(a,c) \cap J(c,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $J(a,b) = J(a,c) \cap J(c,b)$.
5. Je-li $f \in J(a,b)$ je $(J)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ J-primitivní funkce k f na (a,b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $J(a,b) = J(a,c) \cap J(c,b)$.
5. Je-li $f \in J(a,b)$ je $(J)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ J-primitivní funkce k f na (a,b).
6. Je-li f nezáporná funkce na (a,b) (kromě, možná, spočetné množiny), která tam má J-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a, b) \subset J(a, b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a, b) existuje J-integrál z f na (a, b).
3. $J(a, b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a, b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a, b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c, d) \subset (a, b)$, je $J(a, b) \subset J(c, d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a, b)$, je $J(a, b) = J(a, c) \cap J(c, b)$.
5. Je-li $f \in J(a, b)$ je $(J)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ J-primitivní funkce k f na (a, b).
6. Je-li f nezáporná funkce na (a, b) (kromě, možná, spočetné množiny), která tam má J-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
7. Je-li $f \in J(a, b)$, je $(J)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = \lim_{n\to\infty}(J)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{dx}$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $J(a,b) = J(a,c) \cap J(c,b)$.
5. Je-li $f \in J(a,b)$ je $(J)\int_a^x f(t)\,\mathrm{dt}$ J-primitivní funkce k f na (a,b).
6. Je-li f nezáporná funkce na (a,b) (kromě, možná, spočetné množiny), která tam má J-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
7. Je-li $f \in J(a,b)$, je $(J)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = \lim_{n\to\infty} (J)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{dx}$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.
8. Nechť F, G jsou J-primitivní funkce k f, g resp., na (a,b). Potom $(J)\int_a^b Fg = [FG]_a^b - (J)\int_a^b fG\,\mathrm{dx}$, jestliže pravá strana má smysl a je vlastní.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností J-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b)$.
2. Pro každou monotónní funkci na (a,b) existuje J-integrál z f na (a,b).
3. $J(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(J)\int_a^b$je lineární zobrazení $J(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
4. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $J(a,b) \subset J(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $J(a,b) = J(a,c) \cap J(c,b)$.
5. Je-li $f \in J(a,b)$ je $(J)\int_a^x f(t)\,\mathrm{dt}$ J-primitivní funkce k f na (a,b).
6. Je-li f nezáporná funkce na (a,b) (kromě, možná, spočetné množiny), která tam má J-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
7. Je-li $f \in J(a,b)$, je $(J)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = \lim_{n\to\infty} (J)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{dx}$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.
8. Nechť F, G jsou J-primitivní funkce k f, g resp., na (a,b). Potom $(J)\int_a^b Fg = [FG]_a^b - (J)\int_a^b fG\,\mathrm{dx}$, jestliže pravá strana má smysl a je vlastní.
9. Nechť f má J-primitivní funkci na intervalu I. Nechť existuje spočetná množina C a funkce φ tak, že
   - φ zobrazuje ryze monotónně (α,β) do I;
   - φ' existuje na $(\alpha,\beta) \setminus C$;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutní konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Potom $(J)\int_{\varphi(\alpha+)}^{\varphi(\beta-)} f(x)\,\mathrm{dx} = (J)\int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{dt}$, je-li jedna strana konečná.

Je to povědomé?

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Potom $(J)\int_{\varphi(\alpha+)}^{\varphi(\beta-)} f(x)\,\mathrm{d}x = (J)\int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$, je-li jedna strana konečná.

Je to povědomé?

Důkaz. Vlastnosti 1 – 5 se dokáží přímo z definic. Pro ověření vlastnosti 6 je nutné si uvědomit, že spojitá funkce, která má nezápornou derivaci všude na intervalu kromě nejvýše spočetné množiny, je neklesající (viz návod v *Otázkách*).

Vlastnosti 7 – 9 se dokazují stejně jako podobné vlastnosti pro Newtonovy integrály.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
substituce?
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DŮSLEDEK. Nechť funkce f, g jsou definovány na intervalu (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny.

1. $\int_a^b f \leq \int_a^b g$, pokud $f, g \in J(a, b)$, $f(x) \leq g(x)$ na (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

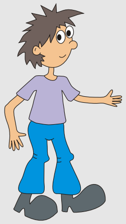
DŮSLEDEK. Nechť funkce f, g jsou definovány na intervalu (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny.

1. $\int_a^b f \le \int_a^b g$, pokud $f, g \in J(a, b)$, $f(x) \le g(x)$ na (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny;
2. $|\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}| \le \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{dx}$, pokud $f, |f| \in J(a, b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DŮSLEDEK. Nechť funkce f, g jsou definovány na intervalu (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny.

1. $\int_a^b f \le \int_a^b g$, pokud $f, g \in J(a, b)$, $f(x) \le g(x)$ na (a, b) kromě nejvýše spočetné množiny;
2. $|\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}| \le \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{dx}$, pokud $f, |f| \in J(a, b)$.



Ano :-)

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Existence J-integrálů a závislost na parametru bude zahrnuta v následující části do zkoumání obecnějších K-integrálů.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 3 :

1. Hodnota Newtonova integrálu nezávisela na hodnotách funkce v krajních bodech.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 3 :

1. Hodnota Newtonova integrálu nezávisela na hodnotách funkce v krajních bodech.

U J-integrálu je navíc možné změnit hodnoty integrované funkce ve spočetně mnoha bodech, nebo tam funkci nedefinovat vůbec, a hodnota tohoto integrálu se nezmění.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí proto opět celou teorii J-integrálu vysvětlit na otevřených intervalech.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí proto opět celou teorii J-integrálu vysvětlit na otevřených intervalech.

Nicméně, je-li f definována např. na uzavřeném intervalu, je na stejném intervalu definována i J-primitivní funkce (pokud existuje) a její limity v krajních bodech jsou nahrazeny funkčními hodnotami.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí proto opět celou teorii J-integrálu vysvětlit na otevřených intervalech.

Nicméně, je-li f definována např. na uzavřeném intervalu, je na stejném intervalu definována i J-primitivní funkce (pokud existuje) a její limity v krajních bodech jsou nahrazeny funkčními hodnotami.

To znamená, že existence J-integrálu je v tomto případě ekvivalentní s konvergencí J-integrálu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí proto opět celou teorii J-integrálu vysvětlit na otevřených intervalech.

Nicméně, je-li f definována např. na uzavřeném intervalu, je na stejném intervalu definována i J-primitivní funkce (pokud existuje) a její limity v krajních bodech jsou nahrazeny funkčními hodnotami.

To znamená, že existence J-integrálu je v tomto případě ekvivalentní s konvergencí J-integrálu.

Je to podstatná vlastnost a proto je někdy vhodné zdůraznit typ intervalu, na kterém se pracuje.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Dosti speciálním případem J-integrálu jsou situace, kdy je výjimečná množina konečná.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Dosti speciálním případem J-integrálu jsou situace, kdy je výjimečná množina konečná.

Tato konečná množina rozděluje základní interval na konečně mnoho disjunktních intervalů a J-integrál přes základní interval je součet Newtonových integrálů přes menší intervaly. Pro přesnou formulaci viz *Otázky*.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Dosti speciálním případem J-integrálu jsou situace, kdy je výjimečná množina konečná.

Tato konečná množina rozděluje základní interval na konečně mnoho disjunktních intervalů a J-integrál přes základní interval je součet Newtonových integrálů přes menší intervaly. Pro přesnou formulaci viz *Otázky*.

To znamená, že nemá velký význam zavádět speciální F-primitivní funkce a F-integrály pro konečné výjimečné množiny.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Dosti speciálním případem J-integrálu jsou situace, kdy je výjimečná množina konečná.

Tato konečná množina rozděluje základní interval na konečně mnoho disjunktních intervalů a J-integrál přes základní interval je součet Newtonových integrálů přes menší intervaly. Pro přesnou formulaci viz *Otázky*.

To znamená, že nemá velký význam zavádět speciální F-primitivní funkce a F-integrály pro konečné výjimečné množiny.

Předchozí situaci už nelze obecně přenést na spočetné výjimečné množiny. Lze to udělat v případech, kdy výjimečná množina rozděluje základní interval na intervaly.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Uvědomte si, že 5.vlastnost vyjadřuje J-primitivní fukci pomocí integrálu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Uvědomte si, že 5.vlastnost vyjadřuje J-primitivní fukci pomocí integrálu.

Tj. J-primitivní funkce = neurčitý J-integrál.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. V předchozích Důsledcích chybí obdoba tvrzení z Newtonova integrálu, že $(b-a)\inf f \le \int f \le (b-a)\sup f$. Lze samozřejmě uvést stejné nerovnosti, ale pro J-integrály lze v nerovnostech oslabit infima a suprema – viz *Otázky*.

Konec poznámek 3.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklady 3 :

1. Spočtěte na libovolném intervalu J-integrál Dirichletovy funkce, Riemannovy funkce a funkce signum.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Spočtěte J-integrály “schodovitých"funkcí uvedených v *Příkladech 2*.

Konec příkladů 3.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 3 :

1. Ukažte, že platí následující tvrzení.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 3 :

1. Ukažte, že platí následující tvrzení.

Nechť $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ *a funkce* f *má na každém intervalu* (x_i, x_{i+1}) *primitivní funkci. Pak* $f \in J(a,b)$ *právě když* $f \in N(x_i, x_{i+1}), i = 0, \ldots n-1$. *Dále platí*

$$(J)\int_a^b f = \sum_{i=0}^{n-1} (N)\int_{x_i}^{x_{i+1}} f\,,$$

je-li $f \in J(a,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 3 :

1. Ukažte, že platí následující tvrzení.

⬇

Nechť $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$ *a funkce* f *má na každém intervalu* (x_i, x_{i+1}) *primitivní funkci. Pak* $f \in J(a,b)$ *právě když* $f \in N(x_i, x_{i+1}), i = 0, ...n-1$. *Dále platí*

$$(J)\int_a^b f = \sum_{i=0}^{n-1} (N)\int_{x_i}^{x_{i+1}} f\ ,$$

je-li $f \in J(a,b)$.

⬇

2. Ukažte, že předchozí tvrzení neplatí pro nevlastní integrály (tj, požaduje-li se místo konvergence jen existence integrálů).

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 3 :

1. Ukažte, že platí následující tvrzení.

Nechť $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ *a funkce* f *má na každém intervalu* (x_i, x_{i+1}) *primitivní funkci. Pak* $f \in J(a,b)$ *právě když* $f \in N(x_i, x_{i+1}), i = 0, \ldots n-1$. *Dále platí*

$$(J)\int_a^b f = \sum_{i=0}^{n-1} (N)\int_{x_i}^{x_{i+1}} f\,,$$

je-li $f \in J(a,b)$.

2. Ukažte, že předchozí tvrzení neplatí pro nevlastní integrály (tj, požaduje-li se místo konvergence jen existence integrálů).

Ukažte, že tvrzení platí i pro spočetně mnoho bodů $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_i < \ldots < b$, které rozdělují (a,b) na disjunktní intervaly (x_i, x_{i+1}) a $(\sup x_i, b)$, pokud je poslední interval neprázdný.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3.
Ukažte, že spojitá funkce, která má nezápornou derivaci všude na intervalu kromě nejvýše spočetné množiny, je neklesající.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Pro funkci f definovanou s.v. na intervalu (a,b) definujte $\sup_\omega\{f(x); x \in (a,b)\} = \inf\{\sup\{f(x); x \in (a,b) \setminus C\}; C$ spočetná množina $\}$ a obdobně $\inf_\omega$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Pro funkci f definovanou s.v. na intervalu (a,b) definujte $\sup_\omega\{f(x); x \in (a,b)\} = \inf\{\sup\{f(x); x \in (a,b) \setminus C\}; C$ spočetná množina $\}$ a obdobně $\inf_\omega$.

Ukažte, že pro omezený interval (a,b) platí

$$(b-a)\inf_\omega\{f(x); x \in (a,b)\} \le (J)\int_a^b f \le (b-a)\sup_\omega\{f(x); x \in (a,b)\}\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec otázek 3.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

Řešení. Jde o funkci celá část. Položme $f(x) = [x]$ na $[0, \infty)$ a hledejme J-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

⬇

Řešení. Jde o funkci celá část. Položme $f(x) = [x]$ na $[0, \infty)$ a hledejme J-primitivní funkci.

⬇

Jde o po částech konstantní funkci f, její J-primitivní funkce bude po částech lineární funkce.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

Řešení. Jde o funkci celá část. Položme $f(x) = [x]$ na $[0, \infty)$ a hledejme J-primitivní funkci.

Jde o po částech konstantní funkci f, její J-primitivní funkce bude po částech lineární funkce.

Je vidět, že lze psát

$$F(0) = 0, F(1) = 0, F(2) = 1, F(3) = 3, F(4) = 6, F(5) = 10, \dots \ .$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

Řešení. Jde o funkci celá část. Položme $f(x) = [x]$ na $[0, \infty)$ a hledejme J-primitivní funkci.

Jde o po částech konstantní funkci f, její J-primitivní funkce bude po částech lineární funkce.

Je vidět, že lze psát

$$F(0) = 0, F(1) = 0, F(2) = 1, F(3) = 3, F(4) = 6, F(5) = 10, \dots \ .$$

Obecně je $F(n) = n(n-1)/2$. Svými hodnotami v celých číslech je F jednoznačně určena.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 3 :

Příklad. Zintegrujte schody.

Řešení. Jde o funkci celá část. Položme $f(x) = [x]$ na $[0, \infty)$ a hledejme J-primitivní funkci.

Jde o po částech konstantní funkci f, její J-primitivní funkce bude po částech lineární funkce.

Je vidět, že lze psát

$$F(0) = 0, F(1) = 0, F(2) = 1, F(3) = 3, F(4) = 6, F(5) = 10, \dots .$$

Obecně je $F(n) = n(n-1)/2$. Svými hodnotami v celých číslech je F jednoznačně určena.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

:-)

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 3.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

To bude nejobecnější integrál.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-PRIMITIVNÍ FUNKCE

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Pro obecnější integrál než je J-integrál, je nejdříve nutné definovat obecnější primitivní funkci, která musí mít opět obvyklé vlastnosti.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-PRIMITIVNÍ FUNKCE

Pro obecnější integrál než je J-integrál, je nejdříve nutné definovat obecnější primitivní funkci, která musí mít opět obvyklé vlastnosti.

V definicích bude místo písmene J použito písmene K podle jména Jaroslav Kurzweil, který okolo r.1955 tento integrál definoval (nezávisle použil stejnou definici a ve stejné době R.Henstock). Oba postupovali pomocí zobecnění Riemannovy metody.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Primitivní funkce byla zobecněna na J-primitivní tím, že se předpokládala existence derivace nikoli všude, ale až na spočetnou množinu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Primitivní funkce byla zobecněna na J-primitivní tím, že se předpokládala existence derivace nikoli všude, ale až na spočetnou množinu.

Další zobecnění je možné zvětšením této spočetné množiny na nulovou množinu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Primitivní funkce byla zobecněna na J-primitivní tím, že se předpokládala existence derivace nikoli všude, ale až na spočetnou množinu.

Další zobecnění je možné zvětšením této spočetné množiny na nulovou množinu.

Jak vidět z příkladu Cantorovy funkce (viz *Otázky*), v tomto případě nestačí předpokládat spojitost zobecněné primitivní funkce (neplatila by totiž základní věta o primitivních funkcích, že dvě zobecněné primitivní funkce k téže funkci se liší o konstantu).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Primitivní funkce byla zobecněna na J-primitivní tím, že se předpokládala existence derivace nikoli všude, ale až na spočetnou množinu.

↓

Další zobecnění je možné zvětšením této spočetné množiny na nulovou množinu.

↓

Jak vidět z příkladu Cantorovy funkce (viz *Otázky*), v tomto případě nestačí předpokládat spojitost zobecněné primitivní funkce (neplatila by totiž základní věta o primitivních funkcích, že dvě zobecněné primitivní funkce k téže funkci se liší o konstantu).

↓

Z důkazu základní věty o J-primitivních funkcích je vidět, co je potřeba, aby podobná věta platila i pro jiné než spočetné výjimečné množiny C; potřebná vlastnost je zformulována v následující definici.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Nechť C je podmnožina intervalu I. Funkce F definovaná na I se nazývá absolutně spojitá na I okolo C, jestliže pro každý interval $[r,s] \subset I$ a libovolné $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ tak, že pro každý konečný soubor disjunktních intervalů $\{(a_n, b_n)\}_1^k$ v I protínajících $C \cap [r,s]$ platí

$$\sum_{n=1}^{k}(b_n - a_n) < \delta \Rightarrow \sum_{n=1}^{k} |F(b_n) - F(a_n)| < \varepsilon\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Nechť C je podmnožina intervalu I. Funkce F definovaná na I se nazývá absolutně spojitá na I okolo C, jestliže pro každý interval $[r,s] \subset I$ a libovolné $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ tak, že pro každý konečný soubor disjunktních intervalů $\{(a_n, b_n)\}_1^k$ v I protínajících $C \cap [r,s]$ platí

$$\sum_{n=1}^{k}(b_n - a_n) < \delta \Rightarrow \sum_{n=1}^{k} |F(b_n) - F(a_n)| < \varepsilon \, .$$

Jestliže $C = I$, říká se, že f je absolutně spojitá funkce na I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Nechť C je podmnožina intervalu I. Funkce F definovaná na I se nazývá absolutně spojitá na I okolo C, jestliže pro každý interval $[r, s] \subset I$ a libovolné $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ tak, že pro každý konečný soubor disjunktních intervalů $\{(a_n, b_n)\}_1^k$ v I protínajících $C \cap [r, s]$ platí

$$\sum_{n=1}^{k}(b_n - a_n) < \delta \Rightarrow \sum_{n=1}^{k} |F(b_n) - F(a_n)| < \varepsilon\,.$$

Jestliže $C = I$, říká se, že f je absolutně spojitá funkce na I.

Tady pozor. To není jednoduché. Funkce nesmí mít velké rozdíly v blízkých bodech. A sčítají se !!!

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Je-li f absolutně spojitá na I okolo množiny C, je absolutně spojitá na I okolo každé podmnožiny C.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Je-li f absolutně spojitá na I okolo množiny C, je absolutně spojitá na I okolo každé podmnožiny C.

2. Každá spojitá funkce na intervalu I je absolutně spojitá okolo každé spočetné podmnožiny I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Je-li f absolutně spojitá na I okolo množiny C, je absolutně spojitá na I okolo každé podmnožiny C.

2. Každá spojitá funkce na intervalu I je absolutně spojitá okolo každé spočetné podmnožiny I.

3. Absolutně spojitá funkce okolo C je spojitá v každém bodě množiny C.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Je-li f absolutně spojitá na I okolo množiny C, je absolutně spojitá na I okolo každé podmnožiny C.

2. Každá spojitá funkce na intervalu I je absolutně spojitá okolo každé spočetné podmnožiny I.

3. Absolutně spojitá funkce okolo C je spojitá v každém bodě množiny C.

4. Existuje spojitá funkce na $[0, 1]$, která není absolutně spojitá (viz *Otázky*).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Je-li f absolutně spojitá na I okolo množiny C, je absolutně spojitá na I okolo každé podmnožiny C.

2. Každá spojitá funkce na intervalu I je absolutně spojitá okolo každé spočetné podmnožiny I.

3. Absolutně spojitá funkce okolo C je spojitá v každém bodě množiny C.

4. Existuje spojitá funkce na $[0,1]$, která není absolutně spojitá (viz *Otázky*).

5. Množina absolutně spojitých funkcí na (a,b) je uzavřená na lineární kombinace, součiny a absolutní hodnoty.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá K–primitivní funkce k f na I, jestliže

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá K–primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na I;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá K–primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na I;
2. F je absolutně spojitá okolo $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá K–primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na I;
2. F je absolutně spojitá okolo $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$.

⬇

Množina $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$ se nazývá výjimečná množina funkce f.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DEFINICE. Funkce F na intervalu I se nazývá K–primitivní funkce k f na I, jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na I;
2. F je absolutně spojitá okolo $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$.

Množina $\{x \in I; F'(x) \neq f(x)\}$ se nazývá výjimečná množina funkce f.

Jak se dalo čekat.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá J-primitivní funkce k f na I je K-primitivní funkce k f na I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá J-primitivní funkce k f na I je K-primitivní funkce k f na I.
2. Je-li F K-primitivní funkce k f na (a, b), má tutéž vlastnost i $F + k$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

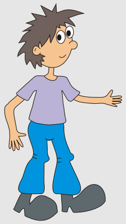
POZOROVÁNÍ.

1. Každá J-primitivní funkce k f na I je K-primitivní funkce k f na I.
2. Je-li F K-primitivní funkce k f na (a, b), má tutéž vlastnost i $F + k$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$.
3. Jsou-li F, G K-primitivní funkce k f, g na (a, b), je $\alpha F + \beta G$ K-primitivní funkce k $\alpha f + \beta g$ na (a, b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

POZOROVÁNÍ.

1. Každá J-primitivní funkce k f na I je K-primitivní funkce k f na I.
2. Je-li F K-primitivní funkce k f na (a,b), má tutéž vlastnost i $F+k$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$.
3. Jsou-li F, G K-primitivní funkce k f, g na (a,b), je $\alpha F + \beta G$ K-primitivní funkce k $\alpha f + \beta g$ na (a,b).



Nic jiného jsem nečekal.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro korektnost definice integrálu je opět potřeba dokázat, že dvě K-primitivní funkce (k téže funkci) se liší o konstantu.

obecný integrál
nulová množina
- skoro všude
- vlastnosti n.m.

J-primitivní funkce
- vlastnosti J-p.f.
- J-korektnost
- pokrývací lemma
- monotónní funkce

J-integrál
- vlastnosti J-i.
- J-srovnávání

absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
- vlastnosti K-p.f.
- K-korektnost

K-integrál
- vlastnosti K-i.
- K-srovnávání

existence K-integralu
- kritéria
- ekvivalence konvergence
- absolutni konvergence

L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro korektnost definice integrálu je opět potřeba dokázat, že dvě K-primitivní funkce (k téže funkci) se liší o konstantu.

VĚTA. **(Jednoznačnost)** Dvě K-primitivní funkce k f na I se liší o konstantu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pro korektnost definice integrálu je opět potřeba dokázat, že dvě K-primitivní funkce (k téže funkci) se liší o konstantu.

VĚTA. **(Jednoznačnost)** Dvě K-primitivní funkce k f na I se liší o konstantu.

Důkaz. je podobný důkazu obdobného tvrzení pro J-primitivní funkce. Nejdříve je nutné si uvědomit, že lze důkaz opět převést na funkce s nulovou derivací. Jestliže F, G jsou dvě K-primitivní funkce k f, s výjimečnými množinami C, D, pak $F - G$ je absolutně spojitá okolo $C \cup D$ a $(F - G)' = 0$ na $I \setminus (C \cup D)$. Jedině absolutní spojitost $F - G$ okolo $C \cup D$ nemusí být zřejmá. Stačí si však uvědomit, že pokud interval (a_n, b_n) z definice např. neprotíná D, pak $G(a_n) = G(b_n)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí tedy ukázat, že pokud je F absolutně spojitá okolo nulové množiny $C \subset I$ a $F' = 0$ na $I \setminus C$, je F konstantní na I. Zřejmě můžeme opět předpokládat, že I je otevřený interval (a, b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí tedy ukázat, že pokud je F absolutně spojitá okolo nulové množiny $C \subset I$ a $F' = 0$ na $I \setminus C$, je F konstantní na I. Zřejmě můžeme opět předpokládat, že I je otevřený interval (a, b).

Nechť $[r, s] \subset (a, b)$ a $\varepsilon > 0$. Pro každé $x \in (a, b)$ existuje okolí $U_x = (x - \delta_x, x + \delta_x) \subset (a, b)$ tak, že $|F(y) - F(x)| \leq \varepsilon |y - x|$ pro $y \in U_x$ pokud $x \notin C$ (protože $F'(x) = 0$). Protože f je absolutně spojitá okolo C, existuje $\delta > 0$ tak, že platí příslušná vlastnost z definice absolutní spojitosti pro zvolené ε.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí tedy ukázat, že pokud je F absolutně spojitá okolo nulové množiny $C \subset I$ a $F' = 0$ na $I \setminus C$, je F konstantní na I. Zřejmě můžeme opět předpokládat, že I je otevřený interval (a, b).

Nechť $[r, s] \subset (a, b)$ a $\varepsilon > 0$. Pro každé $x \in (a, b)$ existuje okolí $U_x = (x-\delta_x, x+\delta_x) \subset (a, b)$ tak, že $|F(y) - F(x)| \le \varepsilon|y - x|$ pro $y \in U_x$ pokud $x \notin C$ (protože $F'(x) = 0$). Protože f je absolutně spojitá okolo C, existuje $\delta > 0$ tak, že platí příslušná vlastnost z definice absolutní spojitosti pro zvolené ε.

Pro nalezené δ existuje pokrytí $\{(a_n, b_n)\}$ množiny C podintervaly z (a, b) takové, že $\sum(b_n - a_n) < \delta$. Z pokrytí $\{(a_n, b_n)\} \cup \{U_x; x \notin C\}$ intervalu $[r, s]$ se podle pokrývacího lemmatu vybere konečné pokrytí $\{I_i\}_{i=1}^k$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Stačí tedy ukázat, že pokud je F absolutně spojitá okolo nulové množiny $C \subset I$ a $F' = 0$ na $I \setminus C$, je F konstantní na I. Zřejmě můžeme opět předpokládat, že I je otevřený interval (a, b).

⬇

Nechť $[r, s] \subset (a, b)$ a $\varepsilon > 0$. Pro každé $x \in (a, b)$ existuje okolí $U_x = (x-\delta_x, x+\delta_x) \subset (a, b)$ tak, že $|F(y) - F(x)| \le \varepsilon|y - x|$ pro $y \in U_x$ pokud $x \notin C$ (protože $F'(x) = 0$). Protože f je absolutně spojitá okolo C, existuje $\delta > 0$ tak, že platí příslušná vlastnost z definice absolutní spojitosti pro zvolené ε.

⬇

Pro nalezené δ existuje pokrytí $\{(a_n, b_n)\}$ množiny C podintervaly z (a, b) takové, že $\sum(b_n - a_n) < \delta$. Z pokrytí $\{(a_n, b_n)\} \cup \{U_x; x \notin C\}$ intervalu $[r, s]$ se podle pokrývacího lemmatu vybere konečné pokrytí $\{I_i\}_{i=1}^k$.

⬇

Stejně jako pro J-primitivní funkce se najdou body $y_0, ..., y_k$ tak, že dva sousední body y_i, y_{i+1} leží v I_i. V případě, že $U_i = U_x$ pro nějaké $x \notin C$, je $|F(y_i) - F(y_{i+1})| < \varepsilon(y_{i+1} - y_i)$. Zbývající intervaly I_{i_l} náleží do souboru $\{(a_n, b_n)\}$ a tedy součet $\sum_{i=i_l}(y_{i+1} - y_i) < \delta$. Z absolutní spojitosti vyplývá $\sum_{i=i_l}|F(y_i) - F(y_{i+1})| < \varepsilon$ a tedy dohromady

$$|F(r) - F(s)| \le \sum_{i_l} |F(y_i) - F(y_{i+1})| < \varepsilon(1 + s - r)\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 4 :

1. Absolutně spojité funkce jsou spojité, ale opak neplatí ani na kompaktním intervalu (tedy pro stejnoměrně spojité funkce).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Lipschitzovské funkce jsou absolutně spojité (viz *Otázky*).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Podobně jako pro funkce s konečnou variací platí i zde, že absolutně spojitá funkce lze vyjádřit jako rozdíl dvou neklesajících absolutně spojitých funkcí (a tedy absolutně spojité funkce mají konečnou variaci).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Lze zopakovat některé poznámky z poznámek k J-primitivním funkcím:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Lze zopakovat některé poznámky z poznámek k J-primitivním funkcím:

Má-li f K-primitvní funkci na (a, b) a změní-li se hodnoty f na nulové množině, má i tato nová funkce K-primitivní funkci (stejnou množinu K-primitivních funkcí).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Lze zopakovat některé poznámky z poznámek k J-primitivním funkcím:

Má-li f K-primitvní funkci na (a, b) a změní-li se hodnoty f na nulové množině, má i tato nová funkce K-primitivní funkci (stejnou množinu K-primitivních funkcí).

Aby měla funkce K-primitivní funkci, nemusí být definována na nulové množině. Bývá vhodné pak funkci v těchto bodech dodefinovat, nejlépe hodnotou 0.

Konec poznámek 4.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

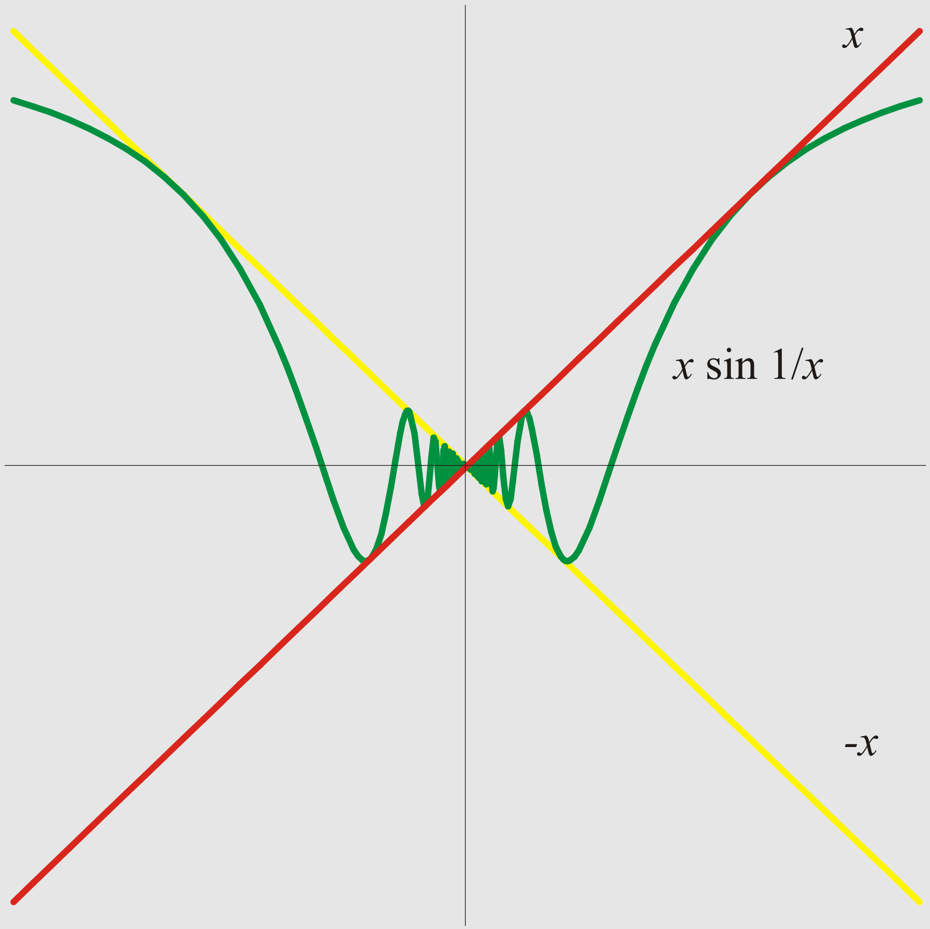
Otázky 4 :

1. Ukažte, že spojitá funkce

$$f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & x\in(0,1];\\ 0, & x=0\end{cases}$$

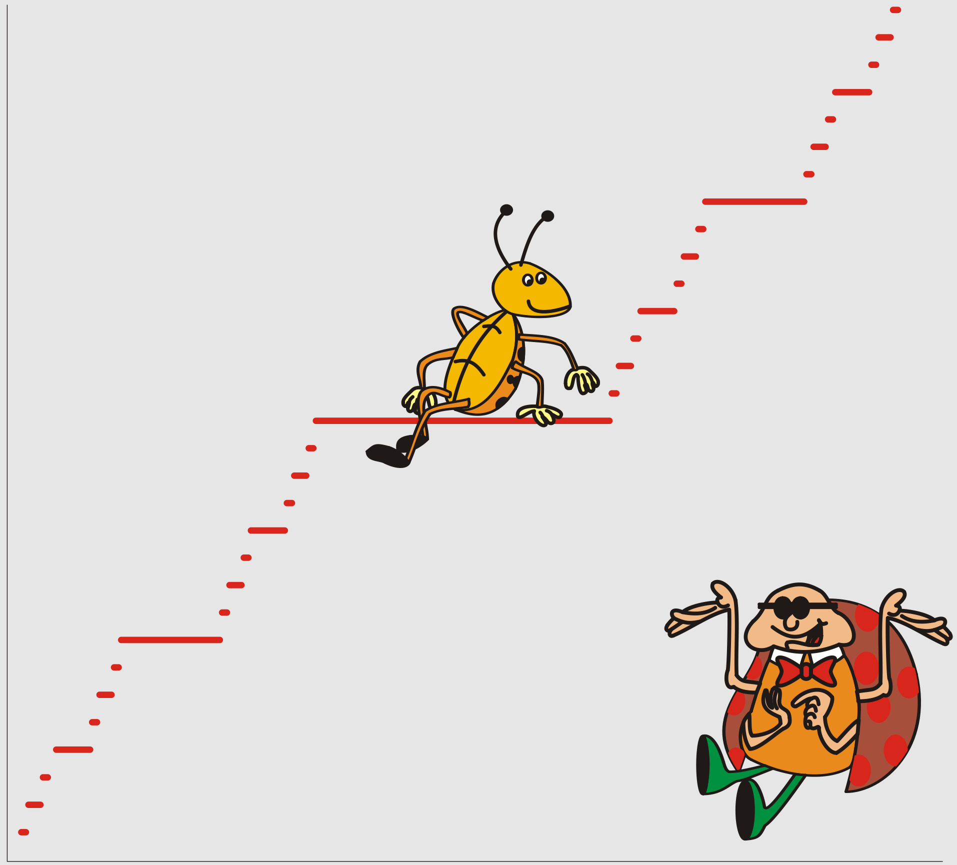
není absolutně spojitá na $[0,1]$. (Zkuste ukázat, že podobně definovaná spojitá funkce $x^a\sin\frac{1}{x^b}$, pro $a,b>0$, je absolutně spojitá na $[0,1]$ právě když $a>b$.)

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Cantorova funkce na $[0,1]$ je spojitá a není absolutně spojitá. Její derivace je nulová ve všech bodech kromě bodů Cantorovy množiny.



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Funkce f na intervalu I mající vlastnost $|f(x) - f(y)| \leq k|x-y|$, pro nějaké číslo k a všechna $x, y \in I$, se nazývá *lipschitzovská*.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Funkce f na intervalu I mající vlastnost $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$, pro nějaké číslo k a všechna $x, y \in I$, se nazývá *lipschitzovská*.

⬇

Ukažte, že každá lipschitzovská funkce na I je stejnoměrně spojitá.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Funkce f na intervalu I mající vlastnost $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$, pro nějaké číslo k a všechna $x, y \in I$, se nazývá *lipschitzovská*.

Ukažte, že každá lipschitzovská funkce na I je stejnoměrně spojitá.

Funkce mající na I derivaci, je lipschitzovská na I právě když má na I omezenou derivaci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Funkce f na intervalu I mající vlastnost $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$, pro nějaké číslo k a všechna $x, y \in I$, se nazývá *lipschitzovská*.

⬇

Ukažte, že každá lipschitzovská funkce na I je stejnoměrně spojitá.

⬇

Funkce mající na I derivaci, je lipschitzovská na I právě když má na I omezenou derivaci.

⬇

Ukažte, že lipschitzovská funkce na I je tam absolutně spojitá.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jestliže se v definici lipschitzovské funkce změní $|x-y|$ na $|x-y|^r$ pro $r > 0$, dostanou se tzv. *hölderovské funkce* řádu r, které jsou opět absolutně spojité.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jestliže se v definici lipschitzovské funkce změní $|x-y|$ na $|x-y|^r$ pro $r > 0$, dostanou se tzv. *hölderovské funkce* řádu r, které jsou opět absolutně spojité.

Všimněte si, že hölderovské funkce řádu $r > 1$ jsou konstantní a tedy stačí uvažovat jen $r \in (0, 1]$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Jestliže se v definici lipschitzovské funkce změní $|x-y|$ na $|x-y|^r$ pro $r > 0$, dostanou se tzv. *hölderovské funkce* řádu r, které jsou opět absolutně spojité.

⬇

Všimněte si, že hölderovské funkce řádu $r > 1$ jsou konstantní a tedy stačí uvažovat jen $r \in (0, 1]$.

⬇

Jaké funkce se dostanou pro $r = 0$?

Konec otázek 4.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

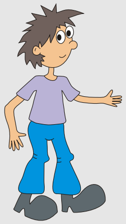
Cvičení 4 :

Absolutní spojitost je hodna naší pozornosti.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 4 :

Absolutní spojitost je hodna naší pozornosti.



Absolutně souhlasím

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte spojitou funkci na intervalu $[0, 1]$, která není absolutně spojitá.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte spojitou funkci na intervalu $[0, 1]$, která není absolutně spojitá.

Řešení.

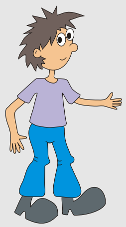
Mám chuť stavět stany …

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad. Sestrojte spojitou funkci na intervalu $[0, 1]$, která není absolutně spojitá.

Řešení.

Mám chuť stavět stany . . .



???

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Na intervalu $[1/2, 1]$ postavíme 1 stan o výšce 1 pro největšího trempa.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Na intervalu $[1/2, 1]$ postavíme 1 stan o výšce 1 pro největšího trempa.

Pak na intervalu $[1/4, 1/2]$ postavíme 4 stany o výšce $1/2$ pro trempské půlčíky.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Na intervalu $[1/2, 1]$ postavíme 1 stan o výšce 1 pro největšího trempa.

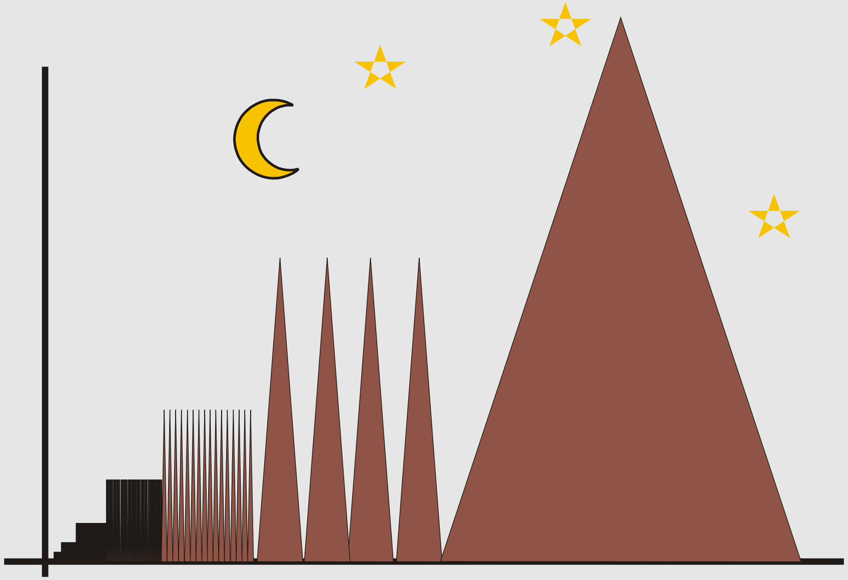
Pak na intervalu $[1/4, 1/2]$ postavíme 4 stany o výšce $1/2$ pro trempské půlčíky.

Pak na intervalu $[1/8, 1/4]$ postavíme 16 stanů o výšce $1/4$ pro trempské čtveráky.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

A tak dál . . .



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0, 1]$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0, 1]$.

⇓

Na libovolně malém intervalu u nuly má funkce f délku grafu libovolně velikou.

⇓

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0, 1]$.

⬇

Na libovolně malém intervalu u nuly má funkce f délku grafu libovolně velikou.

⬇

To použijeme k důkazu toho, že funkce f není absolutně spojitá.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0, 1]$.

⬇

Na libovolně malém intervalu u nuly má funkce f délku grafu libovolně velikou.

⬇

To použijeme k důkazu toho, že funkce f není absolutně spojitá.

⬇

Zvolme $\varepsilon = 1$. Pro libovolné $\delta > 0$ zvolíme $n \in \mathbb{N}$ tak, že $2^{-n} < \delta$.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0,1]$.

⬇

Na libovolně malém intervalu u nuly má funkce f délku grafu libovolně velikou.

⬇

To použijeme k důkazu toho, že funkce f není absolutně spojitá.

⬇

Zvolme $\varepsilon = 1$. Pro libovolné $\delta > 0$ zvolíme $n \in \mathbb{N}$ tak, že $2^{-n} < \delta$.

⬇

Na intervalu $[2^{-n}/2, 2^{-n}]$ najdeme dvojice bodů a_m (u kolíku stanu) a b_m (na vršku téhož stanu).

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takto pomocí nekonečně mnoha stanů sestrojená po částech lineární funkce f je spojitá na $[0,1]$.

⬇

Na libovolně malém intervalu u nuly má funkce f délku grafu libovolně velikou.

⬇

To použijeme k důkazu toho, že funkce f není absolutně spojitá.

⬇

Zvolme $\varepsilon = 1$. Pro libovolné $\delta > 0$ zvolíme $n \in \mathbb{N}$ tak, že $2^{-n} < \delta$.

⬇

Na intervalu $[2^{-n}/2, 2^{-n}]$ najdeme dvojice bodů a_m (u kolíku stanu) a b_m (na vršku téhož stanu).

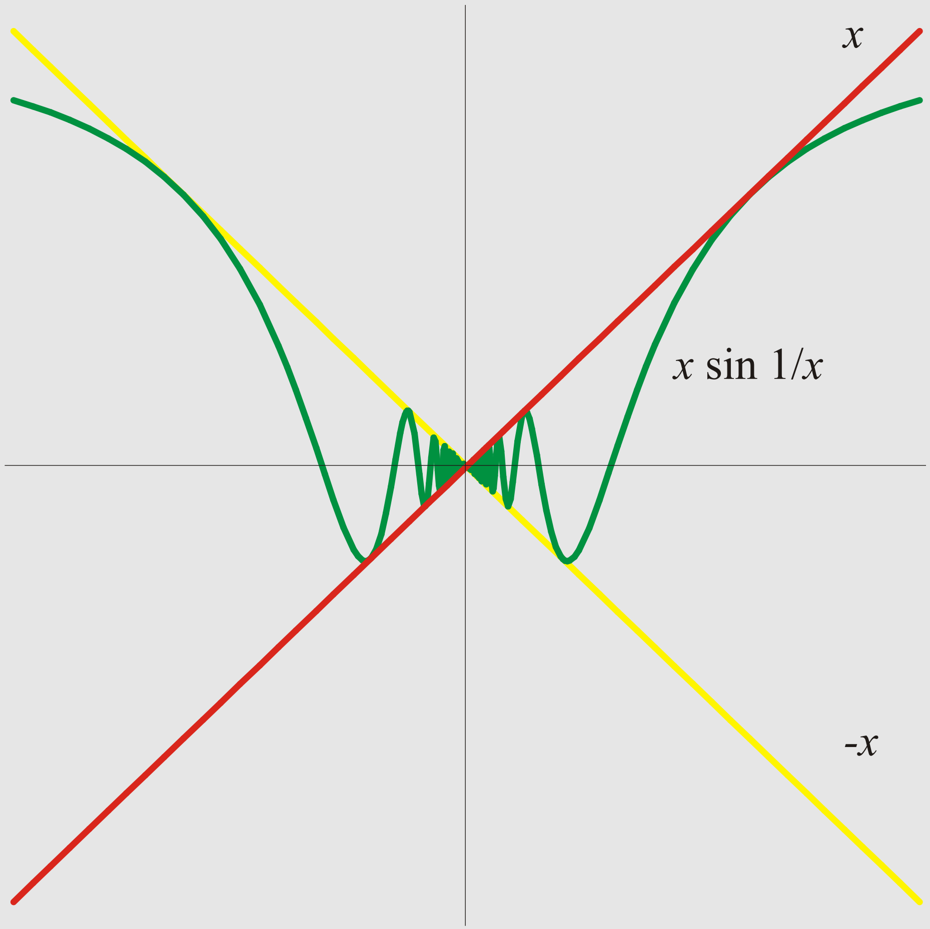
⬇

Takových dvojic (stanů) najdeme na intervalu $[2^{-n-1}, 2^{-n}]$ tolik (kolik je stanů), že součet příslušných rozdílů $f(b_m) - f(a_m)$ je alespoň $4^n > 1$. Tím je důkaz hotov.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Takové kmitavé funkce získáme z $x^\alpha \sin 1/x^\beta$.

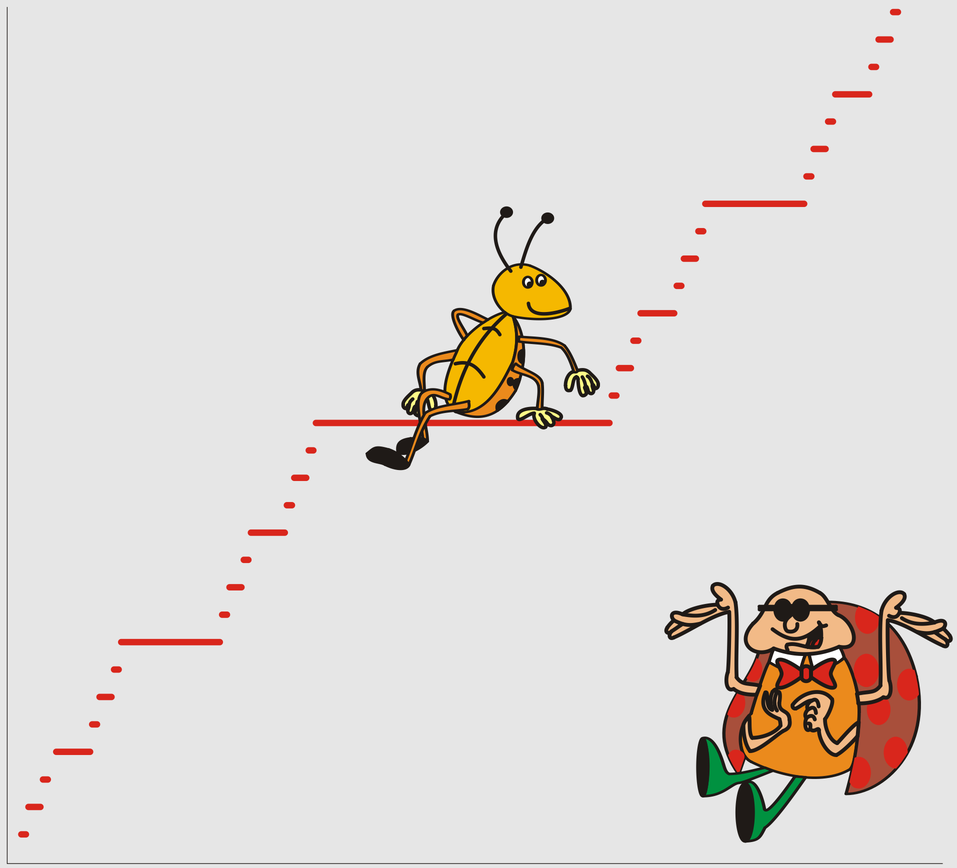
obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Také stačila Cantorova funkce. Tam dochází k "rychlému růstu"v oblasti "nekonstantnosti".

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 4.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 4 :

Funkce x i $|x|$ jsou spojité, tedy funkce x je absolutně spojitá.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Učení 4 :

Funkce x i $|x|$ jsou spojité, tedy funkce x je absolutně spojitá.

Milý pane kolego, máte jazykově pravdu. Definice se prostě nepovedla.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec učení 4.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konver-gence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a, b):

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a, b):

1. funkce f má na (a, b) K-primitivní funkci F;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a,b):

1. funkce f má na (a,b) K-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a, b):

1. funkce f má na (a, b) K-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a,b):

1. funkce f má na (a,b) K-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+), F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se K-integrál funkce f:

$$(K)\int_a^b f = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a, b):

1. funkce f má na (a, b) K-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+)$, $F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se K-integrál funkce f:

$$(K)\int_a^b f = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

Podobně jako u předchozích integrálů se definují $(K)\int_a^a = 0\,,\,(K)\int_b^a = -(K)\int_a^b$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

K-INTEGRÁL

DEFINICE. Nechť jsou splněny následující tři podmínky pro funkci f a interval (a,b):

1. funkce f má na (a,b) K-primitivní funkci F;
2. existují limity $F(a_+)$, $F(b_-)$;
3. rozdíl $F(b_-) - F(a_+)$ má smysl.

Potom se definuje se K-integrál funkce f:

$$(K)\int_a^b f = F(b_-) - F(a_+)\,.$$

Podobně jako u předchozích integrálů se definují $(K)\int_a^a = 0\,,\,(K)\int_b^a = -(K)\int_a^b$.
Množina všech funkcí na intervalu (a,b), které mají vlastní K-integrál, se značí $K(a,b)$ a prvky této množiny se nazývají K-integrovatelné funkce, nebo se říká, že jejich K-integrál konverguje (na rozdíl od termínu *existuje*, kdy může být hodnota integrálu nevlastní).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.
2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.

2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.

3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.

2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$ je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.

3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.

4. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ K-primitivní funkce k f.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.
2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.
4. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^x f(t)\,\mathrm{dt}$ K-primitivní funkce k f.
5. Je-li f nezáporná funkce s.v. na (a,b), která tam má K-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.
2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.
4. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^x f(t)\,\mathrm{dt}$ K-primitivní funkce k f.
5. Je-li f nezáporná funkce s.v. na (a,b), která tam má K-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
6. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = \lim_{n\to\infty} (K)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{dx}$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.
2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$ je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.
4. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^x f(t)\,\mathrm{dt}$ K-primitivní funkce k f.
5. Je-li f nezáporná funkce s.v. na (a,b), která tam má K-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
6. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx} = \lim\limits_{n\to\infty} (K)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{dx}$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.
7. Nechť F, G jsou K-primitivní funkce k f, g resp., na (a,b). Potom $(K)\int_a^b Fg = [FG]_a^b - (K)\int_a^b fG\,\mathrm{dx}$, jestliže pravá strana má smysl a je vlastní.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Souhrn vlastností K-integrálu)

1. $N(a,b) \subset J(a,b) \subset K(a,b)$.
2. $K(a,b)$ je lineární podprostor prostoru všech funkcí na (a,b) a $(K)\int_a^b$ je lineární zobrazení $K(a,b)$ do $\mathbb{R}$.
3. (a) Je-li $(c,d) \subset (a,b)$, je $K(a,b) \subset K(c,d)$, kde poslední inkluzí se míní zúžení funkcí.
   (b) Je-li $c \in (a,b)$, je $K(a,b) = K(a,c) \cap K(c,b)$.
4. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ K-primitivní funkce k f.
5. Je-li f nezáporná funkce s.v. na (a,b), která tam má K-primitivní funkci, pak existuje $\int_a^b f \geq 0$.
6. Je-li $f \in K(a,b)$, je $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \lim_{n\to\infty} (K)\int_{a_n}^{b_n} f(x)\,\mathrm{d}x$, kde $a \leq a_n \leq b_n \leq b$ a $\lim a_n = a, \lim b_n = b$.
7. Nechť F, G jsou K-primitivní funkce k f, g resp., na (a,b). Potom $(K)\int_a^b Fg = [FG]_a^b - (K)\int_a^b fG\,\mathrm{d}x$, jestliže pravá strana má smysl a je vlastní.
8. Nechť f má K-primitivní funkci na intervalu I. Potom $(K)\int_{\varphi(\alpha+)}^{\varphi(\beta-)} f(x)\,\mathrm{d}x = (K)\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$, je-li jedna strana konečná a φ zobrazuje ryze monotónně (α,β) do I.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DŮSLEDEK. Nechť funkce f, g jsou definovány na intervalu (a, b).

1. $\int_a^b f \leq \int_a^b g$, pokud $f, g \in K(a, b)$, $f(x) \leq g(x)$ s.v. na (a, b);

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

DŮSLEDEK. Nechť funkce f, g jsou definovány na intervalu (a, b).

1. $\int_a^b f \leq \int_a^b g$, pokud $f, g \in K(a, b)$, $f(x) \leq g(x)$ s.v. na (a, b);
2. $|\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}| \leq \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{dx}$, pokud $f, |f| \in K(a, b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Poznámky 5 :

1. Na K-integrál lze přenést většina poznámek týkajících se J-integrálu.

Hlavní je si uvědomit, že lze integrovanou funkci měnit nebo nedefinovat na nulové množině a integrál se nezmění.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Příklady funkcí z $K(a,b) \setminus J(a,b)$ se v praxi nevyskytují. Všechny příklady tohoto druhu jsou sestrojeny uměle, jako protipříklady.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Příklady funkcí z $K(a,b) \setminus J(a,b)$ se v praxi nevyskytují. Všechny příklady tohoto druhu jsou sestrojeny uměle, jako protipříklady.

Z matematického hlediska je ovšem teorie K-integrálu velmi důležitá a zajímavá. Pro aplikace se však vystačí s J-integrály a to ještě s jednoduššími typy výjimečných spočetných množin.

Konec poznámek 5.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 5 :

1. Podobně jako u J-integrálů lze i pro K-integrály zesílit odhady integrálů na omezených intervalech:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 5 :

1. Podobně jako u J-integrálů lze i pro K-integrály zesílit odhady integrálů na omezených intervalech:

Pro $A \subset \mathbb{R}$ definujte $\sup_{ess}\{f(x); x \in A\} = \inf\{\sup\{f(x); x \in A \setminus C\}; C$ nulová množina $\}$ a obdobně $\inf_{ess}$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 5 :

1. Podobně jako u J-integrálů lze i pro K-integrály zesílit odhady integrálů na omezených intervalech:

Pro $A \subset \mathbb{R}$ definujte $\sup_{ess}\{f(x); x \in A\} = \inf\{\sup\{f(x); x \in A \setminus C\}; C$ nulová množina $\}$ a obdobně $\inf_{ess}$.

Ukažte, že pro omezený interval (a, b) platí

$$(b-a)\inf_{ess}\{f(x); x \in (a,b)\} \leq (K)\int_a^b f \leq (b-a)\sup_{ess}\{f(x); x \in (a,b)\}\,.$$

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 5 :

1. Podobně jako u J-integrálů lze i pro K-integrály zesílit odhady integrálů na omezených intervalech:

Pro $A \subset \mathbb{R}$ definujte $\sup_{ess}\{f(x); x \in A\} = \inf\{\sup\{f(x); x \in A \setminus C\}; C$ nulová množina $\}$ a obdobně $\inf_{ess}$.

Ukažte, že pro omezený interval (a, b) platí

$$(b-a)\inf_{ess}\{f(x); x \in (a,b)\} \le (K)\int_a^b f \le (b-a)\sup_{ess}\{f(x); x \in (a,b)\}\,.$$

Symbol $\sup_{ess}$ se někdy nazývá *podstatné supremum* (podobně pro infimum) podle anglického slova *essential*.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Opět je vhodné si uvědomit, že existují spojité funkce $f \in N(a,b)$ (a tedy $f \in K(a,b)$), pro které $|f| \notin N(a,b)$, a tedy $|f| \notin K(a,b)$ (přestože $|f|$ je spojitá a má (K)-primitivní funkci F).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Opět je vhodné si uvědomit, že existují spojité funkce $f \in N(a,b)$ (a tedy $f \in K(a,b)$), pro které $|f| \notin N(a,b)$, a tedy $|f| \notin K(a,b)$ (přestože $|f|$ je spojitá a má (K)-primitivní funkci F).

⬇

Důvod, proč $|f| \notin K(a,b)$ tedy spočívá v nekonečnosti jednoho ze dvou výrazů $F(a_+), F(b_-)$, kde už nehraje roli typ primitivní funkce.

Konec otázek 5.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

KONVERGENCE A EXISTENCE K-INTEGRÁLU

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

KONVERGENCE A EXISTENCE K-INTEGRÁLU

Postup v této části je obdobný jako v příslušné části pro Newtonovy integrály.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

KONVERGENCE A EXISTENCE K-INTEGRÁLU

Postup v této části je obdobný jako v příslušné části pro Newtonovy integrály.

Důkazy, které se jen formálně modifikují, jsou nechány k doplnění čtenáři.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Kritéria konvergence K-integrálu)

1. (**Srovnávací kritérium**) Nechť f má K-primitivní funkci na (a, b). Jestliže existují $g, h \in K(a, b)$ tak, že $g \leq f \leq h$ s.v. na (a, b), pak $f \in K(a, b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Kritéria konvergence K-integrálu)

1. (**Srovnávací kritérium**) Nechť f má K-primitivní funkci na (a,b). Jestliže existují $g,h \in K(a,b)$ tak, že $g \le f \le h$ s.v. na (a,b), pak $f \in K(a,b)$.
2. Nechť funkce g je monotónní na $[a,b)$.

   (**Dirichletovo kritérium**) Jestliže f má omezenou K-primitivní funkci na (a,b) a $\lim\limits_{x\to b_-} g(x) = 0$, pak $(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

VĚTA. (Kritéria konvergence K-integrálu)

1. (**Srovnávací kritérium**) Nechť f má K-primitivní funkci na (a,b). Jestliže existují $g,h \in K(a,b)$ tak, že $g \le f \le h$ s.v. na (a,b), pak $f \in K(a,b)$.

2. Nechť funkce g je monotónní na $[a,b)$.

   (**Dirichletovo kritérium**) Jestliže f má omezenou K-primitivní funkci na (a,b) a $\lim\limits_{x\to b_-} g(x) = 0$, pak $(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.

   (**Abelovo kritérium**) Jestliže $f \in K(a,b)$ a g je omezená, pak $fg \in K(a,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. 1. Jsou-li F, G, H K-primitivní funkce k f, g, h na (a, b), je $F - G$ neklesající a $F - H$ nerostoucí. Odtud a z existence vlastních limit funkcí G, H v krajních bodech plynou i existence vlastních limit v krajních bodech funkcí $F - G$, $F - H$, a tedy i funkce F.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. 1. Jsou-li F, G, H K-primitivní funkce k f, g, h na (a, b), je $F - G$ neklesající a $F - H$ nerostoucí. Odtud a z existence vlastních limit funkcí G, H v krajních bodech plynou i existence vlastních limit v krajních bodech funkcí $F-G$, $F-H$, a tedy i funkce F.

2. Protože g je monotónní, má s.v. derivaci (viz *Otázky*). Jsou tedy splněny předpoklady pro použití integrace per partes:

$$(K) \int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx} = [F(x)g(x)]_a^b - (K) \int_a^b F(x)g'(x)\,\mathrm{dx}\,.$$

Bod a nečiní potíže. Protože je g monotónní a vždy omezená, má v b vlastní limitu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. 1. Jsou-li F, G, H K-primitivní funkce k f, g, h na (a, b), je $F - G$ neklesající a $F - H$ nerostoucí. Odtud a z existence vlastních limit funkcí G, H v krajních bodech plynou i existence vlastních limit v krajních bodech funkcí $F-G$, $F-H$, a tedy i funkce F.

2. Protože g je monotónní, má s.v. derivaci (viz *Otázky*). Jsou tedy splněny předpoklady pro použití integrace per partes:

$$(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx} = [F(x)g(x)]_a^b - (K)\int_a^b F(x)g'(x)\,\mathrm{dx}\,.$$

Bod a nečiní potíže. Protože je g monotónní a vždy omezená, má v b vlastní limitu.

V případě Dirichletova kritéria je F omezená a $\lim\limits_{x\to b_-} g(x) = 0$ a tedy $\lim\limits_{x\to b_-} F(x)g(x) = 0$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. 1. Jsou-li F, G, H K-primitivní funkce k f, g, h na (a, b), je $F - G$ neklesající a $F - H$ nerostoucí. Odtud a z existence vlastních limit funkcí G, H v krajních bodech plynou i existence vlastních limit v krajních bodech funkcí $F - G$, $F - H$, a tedy i funkce F.

2. Protože g je monotónní, má s.v. derivaci (viz *Otázky*). Jsou tedy splněny předpoklady pro použití integrace per partes:

$$(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx} = [F(x)g(x)]_a^b - (K)\int_a^b F(x)g'(x)\,\mathrm{dx}\,.$$

Bod a nečiní potíže. Protože je g monotónní a vždy omezená, má v b vlastní limitu.

V případě Dirichletova kritéria je F omezená a $\lim_{x\to b_-} g(x) = 0$ a tedy $\lim_{x\to b_-} F(x)g(x) = 0$.

V případě Abelova kritéria existuje vlastní $\lim_{x\to b_-} F(x)$ a tedy i $\lim_{x\to b_-} F(x)g(x)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Důkaz. 1. Jsou-li F, G, H K-primitivní funkce k f, g, h na (a, b), je $F - G$ neklesající a $F - H$ nerostoucí. Odtud a z existence vlastních limit funkcí G, H v krajních bodech plynou i existence vlastních limit v krajních bodech funkcí $F-G$, $F-H$, a tedy i funkce F.

2. Protože g je monotónní, má s.v. derivaci (viz *Otázky*). Jsou tedy splněny předpoklady pro použití integrace per partes:

$$(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx} = [F(x)g(x)]_a^b - (K)\int_a^b F(x)g'(x)\,\mathrm{dx}\,.$$

Bod a nečiní potíže. Protože je g monotónní a vždy omezená, má v b vlastní limitu.

V případě Dirichletova kritéria je F omezená a $\lim_{x\to b_-} g(x) = 0$ a tedy $\lim_{x\to b_-} F(x)g(x) = 0$.

V případě Abelova kritéria existuje vlastní $\lim_{x\to b_-} F(x)$ a tedy i $\lim_{x\to b_-} F(x)g(x)$.

Zbývá ukázat konvergenci $(K)\int_a^b F(x)g'(x)\,\mathrm{dx}$. V obou případech je F omezená a tedy $|Fg'| \le K|g'|$ na $[a, b)$. Protože g je monotónní, nemění g' znaménko a $(K)\int_a^b |g'(x)|\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když konverguje $(K)\int_a^b g'(x)\,\mathrm{dx}$. Poslední integrál se rovná $g(b)-g(a)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Následující důsledky (první je důsledkem srovnávacího kritéria, druhý Abelova kritéria) uvádějí ekvivalence pro konvergenci integrálů.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Následující důsledky (první je důsledkem srovnávacího kritéria, druhý Abelova kritéria) uvádějí ekvivalence pro konvergenci integrálů.

DŮSLEDEK.

1. (nelimitní) Nechť nezáporné funkce f, g mají K-primitivní funkce na $[a, b)$. Jestliže existují kladná čísla K, L tak, že na $[a, b)$ platí s.v. $Kf(x) \leq g(x) \leq Lf(x)$, pak $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když $(K)\int_a^b g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.
2. (limitní) Nechť f, g jsou nezáporné s.v. na $[a, b)$ a mají tam K-primitivní funkce. Jestliže $\lim\limits_{x\to b_-} \frac{f(x)}{g(x)} \in (0, \infty)$, pak $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když $(K)\int_a^b g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Následující důsledky (první je důsledkem srovnávacího kritéria, druhý Abelova kritéria) uvádějí ekvivalence pro konvergenci integrálů.

DŮSLEDEK.

1. (nelimitní) Nechť nezáporné funkce f, g mají K-primitivní funkce na $[a, b)$. Jestliže existují kladná čísla K, L tak, že na $[a, b)$ platí s.v. $Kf(x) \leq g(x) \leq Lf(x)$, pak $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když $(K)\int_a^b g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.
2. (limitní) Nechť f, g jsou nezáporné s.v. na $[a, b)$ a mají tam K-primitivní funkce. Jestliže $\lim\limits_{x\to b_-} \frac{f(x)}{g(x)} \in (0, \infty)$, pak $(K)\int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když $(K)\int_a^b g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.

DŮSLEDEK. Nechť na $[a, b)$ jsou definovány funkce f, g, h, přičemž $g(x)/h(x)$ konverguje pro $x \to b_-$ monotónně k nenulovému vlastnímu číslu.Pak $(K)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje právě když $(K)\int_a^b f(x)h(x)\,\mathrm{dx}$ konverguje.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEBESGUEŮV INTEGRÁL

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEBESGUEŮV INTEGRÁL

Pro K-integrál lze stejně jako pro Newtonův integrál definovat absolutní konvergenci a dokázat stejné základní tvrzení.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEBESGUEŮV INTEGRÁL

Pro K-integrál lze stejně jako pro Newtonův integrál definovat absolutní konvergenci a dokázat stejné základní tvrzení.

Ukazuje se však, že absolutně konvergentní K-integrály jsou význačné i z jiného hlediska.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

LEBESGUEŮV INTEGRÁL

Pro K-integrál lze stejně jako pro Newtonův integrál definovat absolutní konvergenci a dokázat stejné základní tvrzení.

Ukazuje se však, že absolutně konvergentní K-integrály jsou význačné i z jiného hlediska.

DEFINICE. K-integrál funkce f na (a,b) konverguje absolutně, jestliže f má na (a,b) K-primitivní funkci a $|f| \in K(a,b)$, a konverguje neabsolutně, jestliže $f \in K(a,b)$ a $|f| \notin K(a,b)$.

LEBESGUEŮV INTEGRÁL

Pro K-integrál lze stejně jako pro Newtonův integrál definovat absolutní konvergenci a dokázat stejné základní tvrzení.

Ukazuje se však, že absolutně konvergentní K-integrály jsou význačné i z jiného hlediska.

DEFINICE. K-integrál funkce f na (a, b) konverguje absolutně, jestliže f má na (a, b) K-primitivní funkci a $|f| \in K(a, b)$, a konverguje neabsolutně, jestliže $f \in K(a, b)$ a $|f| \notin K(a, b)$.

VĚTA. Absolutně konvergentní K-integrál je konvergentní.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

Jednodušší mohou být případy, kdy je K-primitivní funkce absolutně spojitá na celém intervalu (a, b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

Jednodušší mohou být případy, kdy je K-primitivní funkce absolutně spojitá na celém intervalu (a, b).

V následující definici je písmeno „L" zvoleno podle H.Lebesgua, který L-integrál zavedl začátkem 19.století.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

Jednodušší mohou být případy, kdy je K-primitivní funkce absolutně spojitá na celém intervalu (a, b).

V následující definici je písmeno „L" zvoleno podle H.Lebesgua, který L-integrál zavedl začátkem 19.století.

DEFINICE. Funkce F se nazývá L-primitivní k f na (a, b), jestliže

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

⬇

Jednodušší mohou být případy, kdy je K-primitivní funkce absolutně spojitá na celém intervalu (a, b).

⬇

V následující definici je písmeno „L" zvoleno podle H.Lebesgua, který L-integrál zavedl začátkem 19.století.

⬇

DEFINICE. Funkce F se nazývá L-primitivní k f na (a, b), jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na (a, b);

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

U K-primitivní funkce se může hůře zjišťovat, zda je absolutně spojitá okolo nějaké nulové množiny.

Jednodušší mohou být případy, kdy je K-primitivní funkce absolutně spojitá na celém intervalu (a, b).

V následující definici je písmeno „L" zvoleno podle H.Lebesgua, který L-integrál zavedl začátkem 19.století.

DEFINICE. Funkce F se nazývá L-primitivní k f na (a, b), jestliže

1. $F'(x) = f(x)$ s.v. na (a, b);
2. F je absolutně spojitá na (a, b).

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

Podobně jako J-integrál a K-integrál se dá pomocí L-primitivních funkcí definovat L-integrál a příbuzné pojmy. I tento integrál má podobné vlastnosti, jako ty předchozí.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

Podobně jako J-integrál a K-integrál se dá pomocí L-primitivních funkcí definovat L-integrál a příbuzné pojmy. I tento integrál má podobné vlastnosti, jako ty předchozí.

Jak je L-integrál zařazen mezi N-, J- a K-integrály? Na to odpovídá následující důležitá charakterizace:

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

Podobně jako J-integrál a K-integrál se dá pomocí L-primitivních funkcí definovat L-integrál a příbuzné pojmy. I tento integrál má podobné vlastnosti, jako ty předchozí.

Jak je L-integrál zařazen mezi N-, J- a K-integrály? Na to odpovídá následující důležitá charakterizace:

VĚTA. $f \in L(a,b)$ právě když $f, |f| \in K(a,b)$.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

⬇

Podobně jako J-integrál a K-integrál se dá pomocí L-primitivních funkcí definovat L-integrál a příbuzné pojmy. I tento integrál má podobné vlastnosti, jako ty předchozí.

⬇

Jak je L-integrál zařazen mezi N-, J- a K-integrály? Na to odpovídá následující důležitá charakterizace:

⬇

VĚTA. $f \in L(a,b)$ právě když $f, |f| \in K(a,b)$.

⬇

DŮSLEDEK. $f \in L(a,b)$ právě když f má absolutně konvergentní K-integrál.

⬇

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zřejmě je každá L-primitivní funkce i K-primitivní funkcí, ale existují funkce, které mají K-primitivní funkci a nemají L-primitivní funkci.

Podobně jako J-integrál a K-integrál se dá pomocí L-primitivních funkcí definovat L-integrál a příbuzné pojmy. I tento integrál má podobné vlastnosti, jako ty předchozí.

Jak je L-integrál zařazen mezi N-, J- a K-integrály? Na to odpovídá následující důležitá charakterizace:

VĚTA. $f \in L(a,b)$ právě když $f, |f| \in K(a,b)$.

DŮSLEDEK. $f \in L(a,b)$ právě když f má absolutně konvergentní K-integrál.

Podle předchozího důsledku se Lebesgueův integrál nazývá absolutně konvergentní

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

integrál.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otázky 7 :

Podle posledního tvrzení existují funkce, které mají Newtonův integrál a nemají Lebesgueův integrál, a naopak.

Konec otázek 7.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 7 :

Příklad. Nalezněte funkci, která má Newtonův integrál a nemá Lebesgueův integrál

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 7 :

Příklad. Nalezněte funkci, která má Newtonův integrál a nemá Lebesgueův integrál

Řešení. Budeme hledat funkci, která nemá absolutně konvergentní Newtonův integrál.

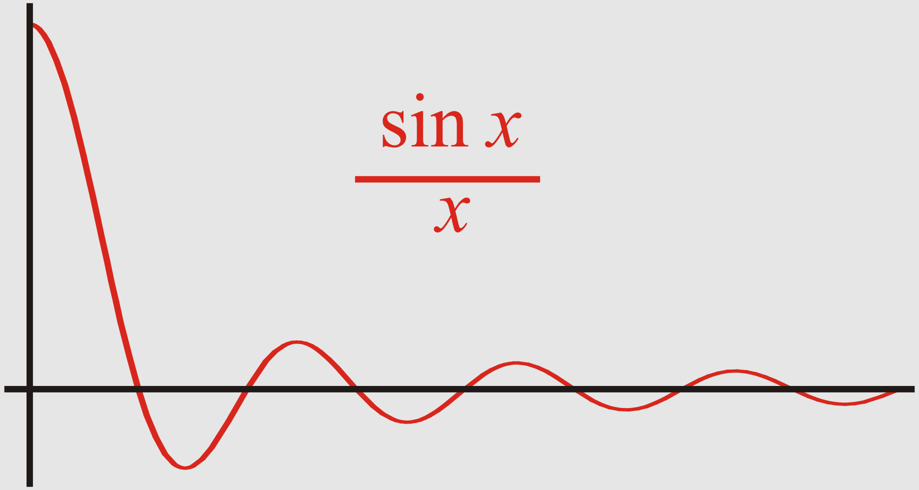
obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cvičení 7 :

Příklad. Nalezněte funkci, která má Newtonův integrál a nemá Lebesgueův integrál

Řešení. Budeme hledat funkci, která nemá absolutně konvergentní Newtonův integrál.

Nabízí se funkce $f(x) = \sin x/x$ na intervalu $(0, \infty)$.



obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ty kopečky u nekonečna způsobují neabsolutní konvergenci. My je dovedeme "stanovou"technikou udělat i v konečnu.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Konec cvičení 7.

obecný integrál
nulová množina
skoro všude
vlastnosti n.m.
J-primitivní funkce
vlastnosti J-p.f.
J-korektnost
pokrývací lemma
monotónní funkce
J-integrál
vlastnosti J-i.
J-srovnávání
absolutní spoj.okolo C
K-primitivní funkce
vlastnosti K-p.f.
K-korektnost
K-integrál
vlastnosti K-i.
K-srovnávání
existence K-integralu
kritéria
ekvivalence konvergence
absolutni konvergence
L-primitivní funkce
L-integrál
Poznámky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Příklady
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Otázky
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Cvičení
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Učení
1 2 3 4 5 6 7 8 9