```
> retart:
```

Čísla 1, 4, 9, 16, 25, ... jsou vlastně hodnoty $f(n) = n^2$ v přirozených číslech, budeme se tedy nyní zabývat *posloupnostmi*.

Vezmeme jednoduchý příklad $f(n) = \frac{1}{n}$ pro $n = 1, 2, 3, \ldots$

```
>
> f := n -> 1/n;
```

$$f := n \to \frac{1}{n}$$

```
>
```

Takhle si udelame graf posloupnosti (pouzijeme prikaz map a zip):

```
> X := [seq(i, i=1..10)];
```

$$X := [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]$$

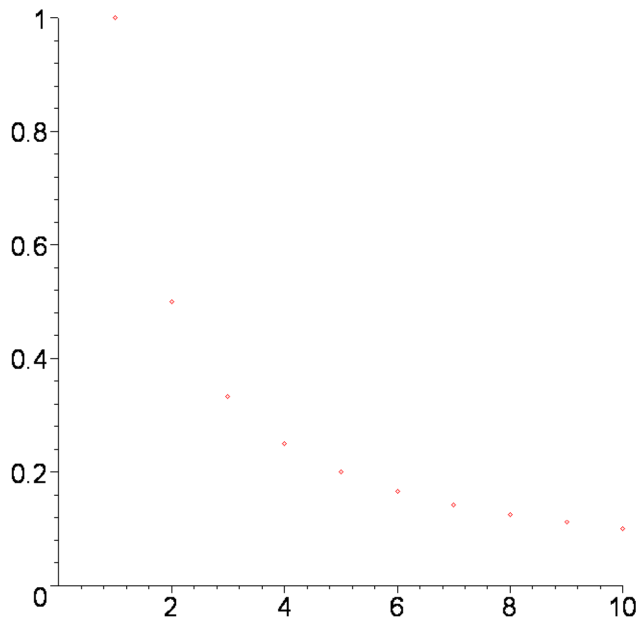
```
> Y := map(f, X);
```

$$Y := \left[1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}\right]$$

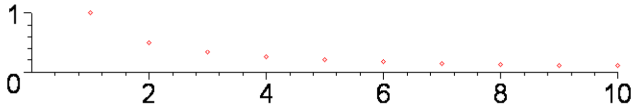
```
> XY := zip((x,y) -> [x,y], X, Y);
```

$$XY := \left[[1, 1], \left[2, \frac{1}{2}\right], \left[3, \frac{1}{3}\right], \left[4, \frac{1}{4}\right], \left[5, \frac{1}{5}\right], \left[6, \frac{1}{6}\right], \left[7, \frac{1}{7}\right], \left[8, \frac{1}{8}\right], \left[9, \frac{1}{9}\right], \left[10, \frac{1}{10}\right]\right]$$

```
> plot(XY, 0..10, 0..1, style=point);
```




```
> plot(XY, 0..10, 0..1, style=point, scaling=constrained);
```



XY slo ziskat jednoduseji:

```
> XY := [seq([i,f(i)], i=1..10)];
```

$$XY := \left[[1, 1], \left[2, \frac{1}{2}\right], \left[3, \frac{1}{3}\right], \left[4, \frac{1}{4}\right], \left[5, \frac{1}{5}\right], \left[6, \frac{1}{6}\right], \left[7, \frac{1}{7}\right], \left[8, \frac{1}{8}\right], \left[9, \frac{1}{9}\right], \left[10, \frac{1}{10}\right]\right]$$

```
>
>
> limit(f(n), n=infinity);
```

$$0$$

Maple nedosazuje za n hodnotu ∞, ale počítá, k jaké hodnotě se blíží f(n) pro n libovolně veliké, t.j. *n blížící se k nekonečnu* ∞.

A Maple neni hloupy:

```
> Limit(n, n=infinity) = limit(n, n=infinity);
```

$$\lim_{n \to \infty} n = \infty$$

```
>
>
>
>
```

Volte si s(n) a ...

```
> s:= n-> n*sin(1/n);
```

$$s := n \to n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

```
>
> s:= n-> (1+1/n)^n;
```

$$s := n \to \left(\frac{1}{n}+1\right)^n$$

```
> s:= n-> sum(1/m, m=1..n);
```

$$s := n \to \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m}$$

```
> s:= n-> sum(1/(m*(m+1)), m=1..n);
```

$$s := n \to \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m\,(m+1)}$$

... a nasledujici prikaz Limit... spocita limitu

```
> Limit(s(n), n=infinity) = limit(s(n), n=infinity);
```

$$\lim_{n \to \infty} -\frac{1}{n+1}+1 = 1$$

Zde je nekdy videt, ze Maple automaticky upravuje a zjednodusuje, tak je zapis nekdy problematicky.

```
>
>
```

$s(n) = 1 - \frac{1}{n}$ pro $n = 1, 2, 3, \ldots$ je konvergentní, neboť je monotónní a omezená ...

```
> s := n -> 1-1/n;
```

$$s := n \to 1 - \frac{1}{n}$$

Posloupnost $1 - \frac{1}{n}$ je monotónní posloupnost, nebot potrebnou nerovnost

$$1 - \frac{1}{n} < 1 - \frac{1}{n+1}$$

Maple spocita:

```
> solve(1-1/n < 1-1/(n+1), n);
```

$$\text{RealRange}(-\infty, \text{Open}(-1)), \text{RealRange}(\text{Open}(0), \infty)$$

tedy nerovnost plati pro $(-\infty,-1)$ a $(0, \infty)$. Tedy jde o monotónní posloupnost.

A zjistime omezenost:

```
> solve({s(n)>=0, s(n)<2}, n);
```

$$\{n < -1\}, \{1 \le n\}$$

```
>
```

Tedy : omezená a monotónní ... tedy konvergentní , což si Maple uvědomuje taky :

```
> limit(s(n), n=infinity);
```

$$1$$

```
>
>
```