Funkce definované po částech

Pozor, může se stát, že Vám Maple oznámí: too many levels of recursion. Proč se to děje, netuším.

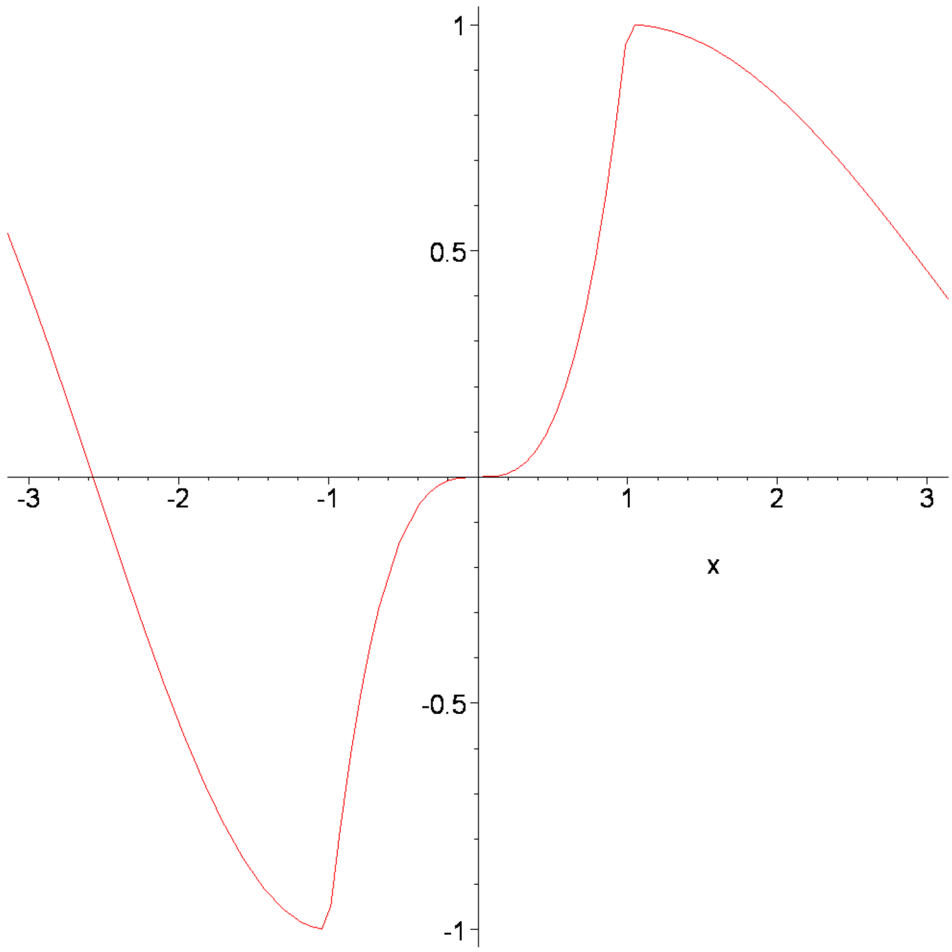
```
> restart;
> with(plots):
```

Definice

Jak lze jednoduše definovat takovou funkci?
Každá část je zadána podmínkou a výrazem.

```
> f:=piecewise(x<=-1, -cos(x+1), x<=1, x^3, x>1,
  sin(x-1)/(x-1));
> plot(f,x=-Pi..Pi);
```

$$f := \begin{cases} -\cos(x+1) & x \le -1 \\ x^3 & x \le 1 \\ \dfrac{\sin(x-1)}{x-1} & 1 < x \end{cases}$$



Zajímá - li nás hodnota v libovolném bodě:

```
> evalf(subs( x=-2, f ));
```

$$-0.5403023059$$

Protože dělíme nulou, nelze dosazením získat hodnotu pro x=1. Spočteme limitu:

```
> limit(f, x=1);
```

$$1$$

Případné nespojitosti zjistíme pomocí discont() :

```
> discont(f, x);
```

$$\{-1, 1\}$$

Funkce definované po částech - derivace, integrace

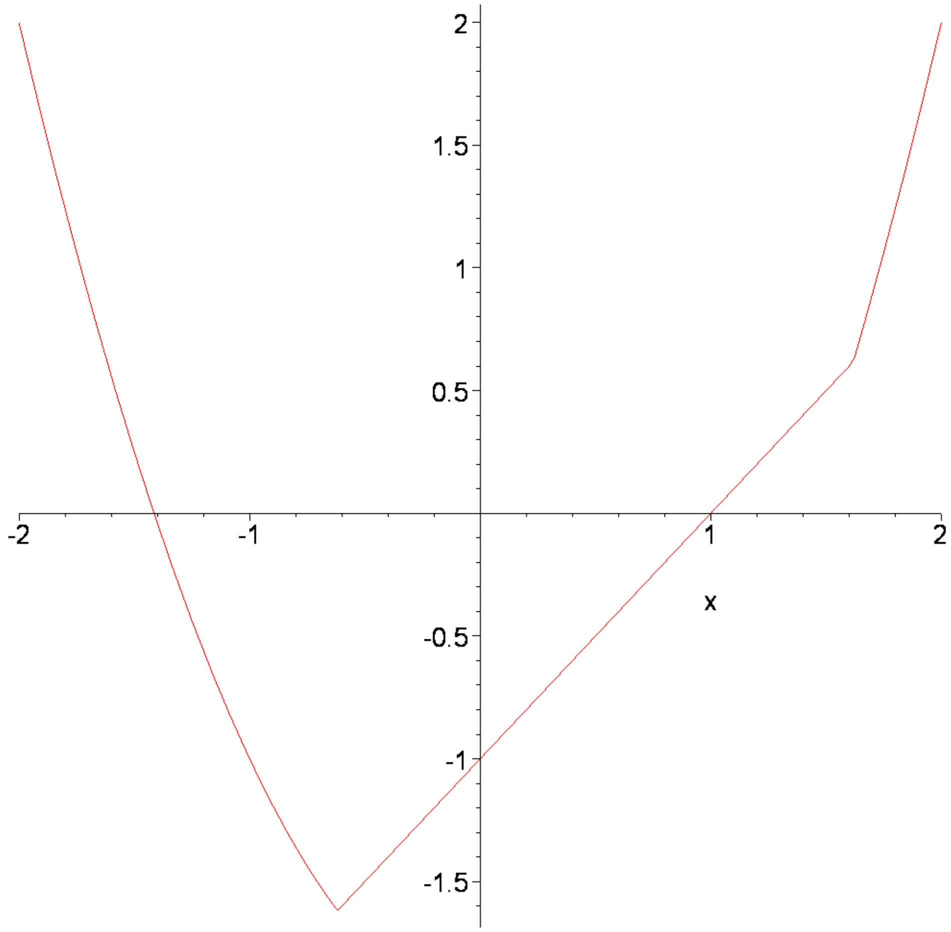
Je možné, že dostaneme ke zpracování funkci definovanou jako maximim nějakých výrazů a nevíme si rady.
Pod výrazem zpracování je myšlena derivace a integrace.

```
> f := max(x^2 - 2, x-1);
```

$$f := \max(x-1, x^2-2)$$

Je dobré mít představu, jak taková funkce vypadá:

```
> plot(f,x=-2..2);
```



Derivece i integrace je snadná, syntaxe je stejná jako v jiných případech. Limita také.

```
> f:=f;
> fint := int(f, x);
> fder := diff(f, x);
```

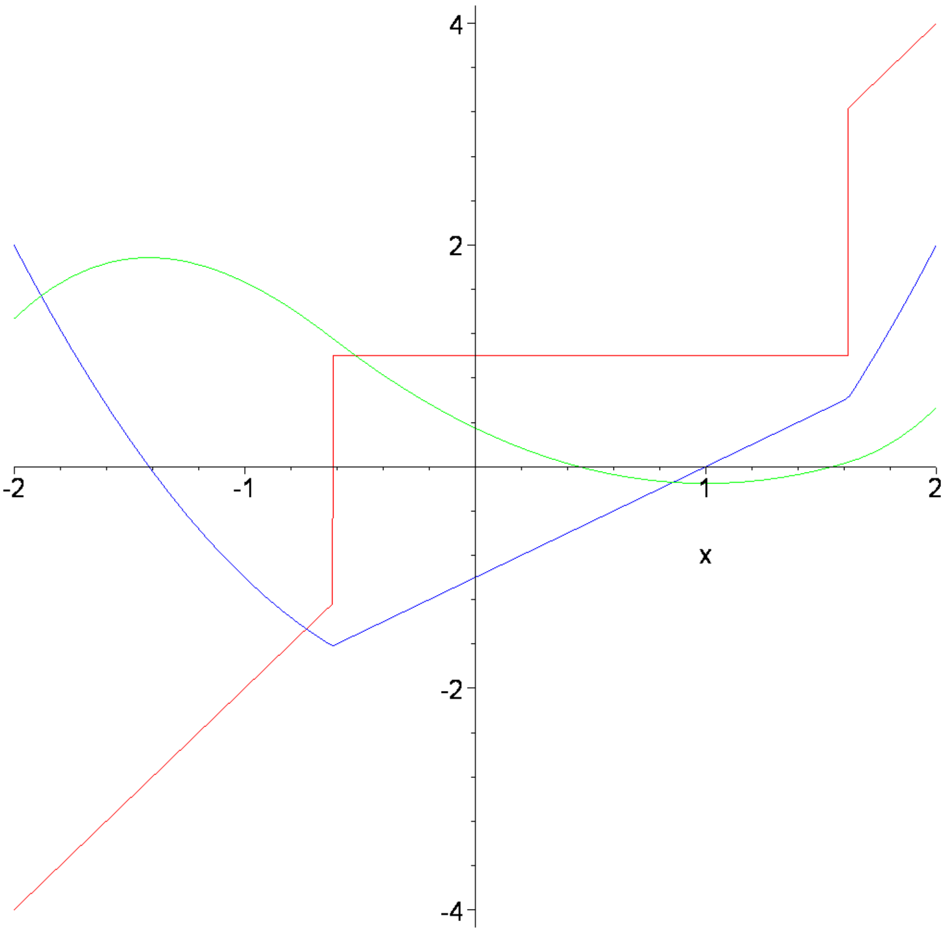
$$f := \max(x-1, x^2-2)$$

$$fint := x\max(x-1, x^2-2) - \left(\begin{cases} \frac{2x^3}{3} & x \le \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \frac{x^2}{2} + \frac{7}{12} - \frac{5\sqrt{5}}{12} & x \le \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \frac{2x^3}{3} - \frac{5\sqrt{5}}{6} & \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} < x \end{cases}\right)$$

$$fder := \begin{cases} 2x & x < \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \mathit{undefined} & x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 1 & x < \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \mathit{undefined} & x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 2x & \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} < x \end{cases}$$

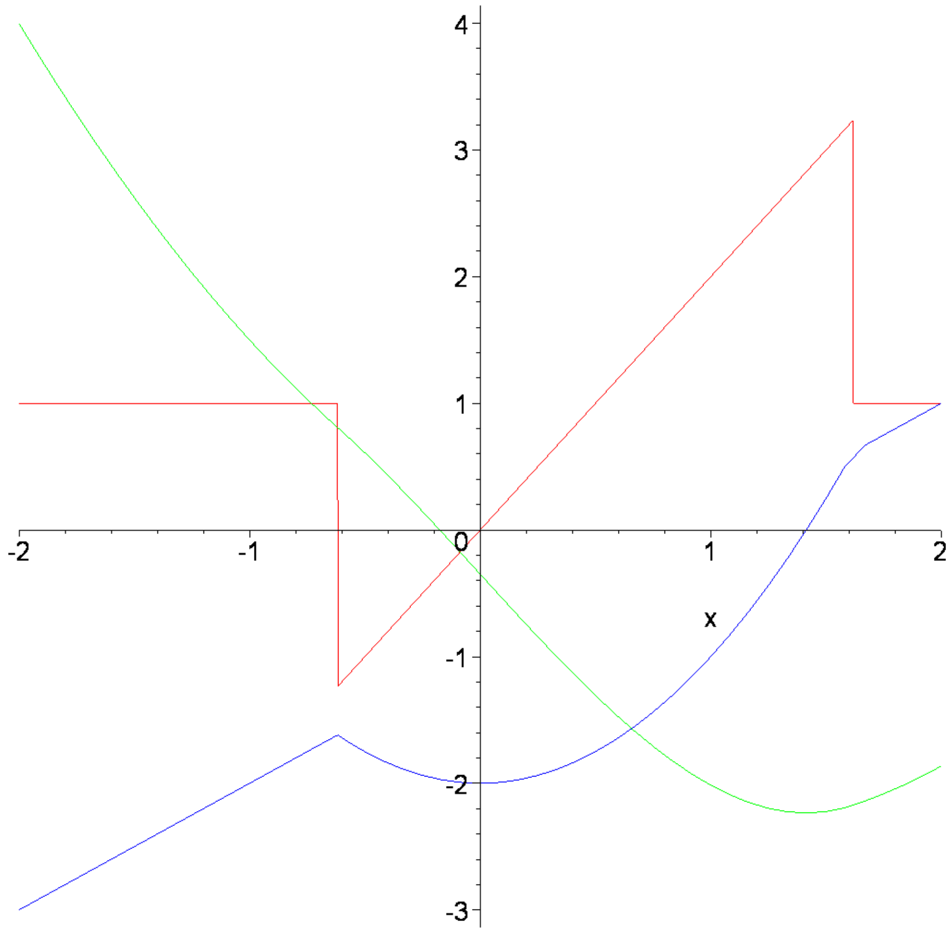
A vše si zobrazíme:
derivace f - zelená
prim. funkce f - modrá
funkce f - červená

```
> plot({fder,fint,f}, x=-2..2,color=[green,blue,red]);
```



Samozřejmě lze zcela analogicky pracovat s funkcí min()

```
> h := min(x^2-2, x-1):
> plot({diff(h,x),int(h,x),h}, x=-2..2,
  color=[green,blue,red]);
>
```



O funkci lze získat více informací, series() převede funkci dané proměnné na řadu se středem v nule.

```
> series( f, x );
```

$$-1+x+O(x^6)$$

Toto je sice hezké, ale nemusí mám to stačit. C když potřebujeme analytické vyjádření na R?
Použijeme funkci convert. Danou funkci pře¨vedeme na funkci definovanou ppo částech - piecewise:

```
> g:=convert(f, 'piecewise');
> series(g, x);
>
```

$$g := \begin{cases} x^2-2 & x \le \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2} \\ x-1 & x \le \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2} \\ x^2-2 & \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2} < x \end{cases}$$

$$-1+x$$

```
>
```