

- Gompertzova křivka

Její tvar je $f(t) = e^{(c + a b^t)}$, přičemž $a < -1$, $0 < b < 1$, $t > 0$

```
> f10(t) := exp(c10 + a10 * b10^t);
```

$$f10(t) := e^{(c10 + a10 \cdot b10^{-t})}$$

Spočtu limity: $\lim_{t \rightarrow 0^+} f10(t)$

```
> limit(f10(t), t=0, right);
```

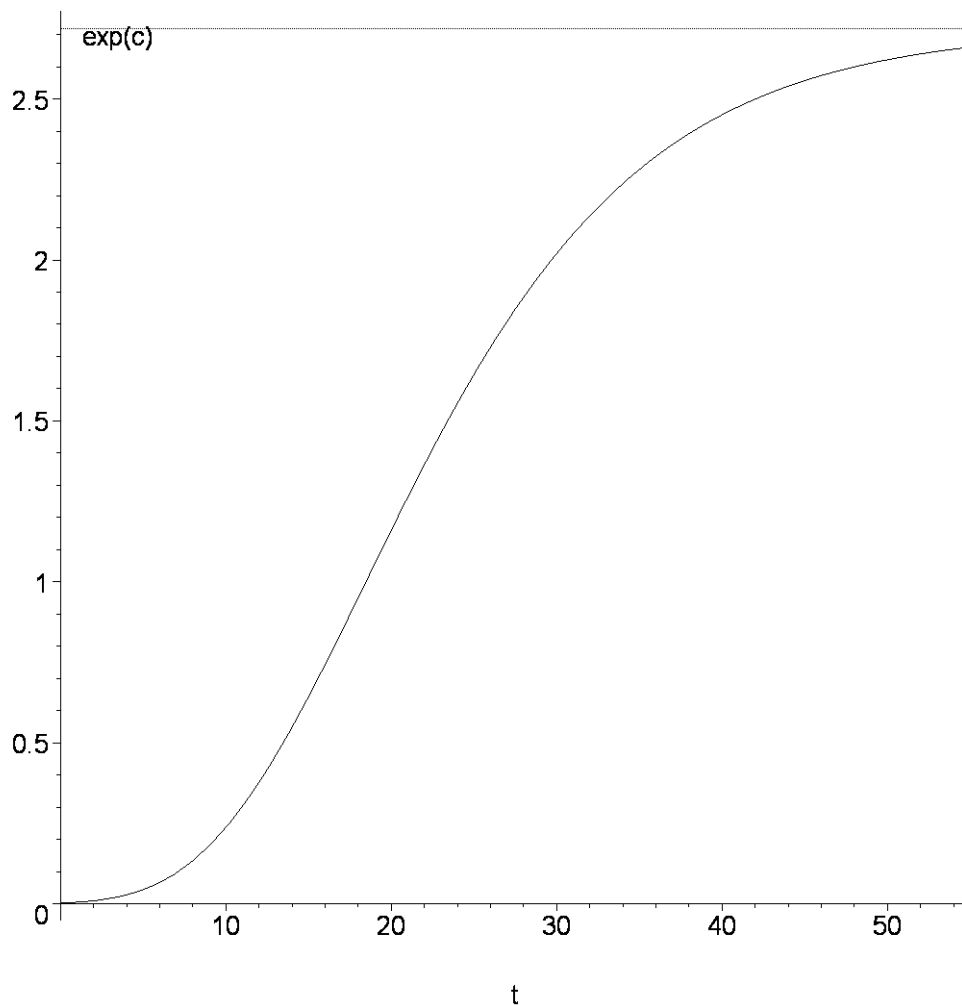
$$e^{(c10 + a10)}$$

```
> assume(b10, RealRange(Open(0), Open(1)));
assume(a10 < -1);
limit(f10(t), t=infinity);
```

$$e^{c10}$$

Křivka tedy vypadá následovně:

```
> with(plottools):
with(plots):
pl10 := plot(exp(1 - 7 * 0.9^t), t=0..55, color=black):
asym10 := line([0, exp(1)], [55, exp(1)], color=black,
linestyle=2):
text10 := textplot([3.5, 2.7, `exp(c)`]):
plots[display]({pl10, asym10, text10});
```



Spočtu inflexi: První derivace je (proměnné jsou s čísly jen kvůli možné záměně s předchozími příklady - např. a10 tedy značí a)

> **diff(f10(t),t);**

$$a10 \sim b10^{-t} \ln(b10) e^{(c10 + a10 - b10^{-t})}$$

Druhá:

> **diff(f10(t),t\$2);**

$$a10 \sim b10^{-t} \ln(b10)^2 e^{(c10 + a10 - b10^{-t})} + a10^{-2} (b10^{-t})^2 \ln(b10)^2 e^{(c10 + a10 - b10^{-t})}$$

což zjednoduším na:

> **factor(diff(f10(t),t\$2));**

$$\ln(b10)^2 b10^{-t} a10 \sim e^{(c10 + a10 - b10^{-t})} (a10 \sim b10^{-t} + 1)$$

Což postavím rovno nule a řešením získám, že bod inflexe leží v:

> **solve(diff(f10(t),t\$2)=0,t);**

$$\frac{\ln\left(-\frac{1}{a10}\right)}{\ln(b10)}$$

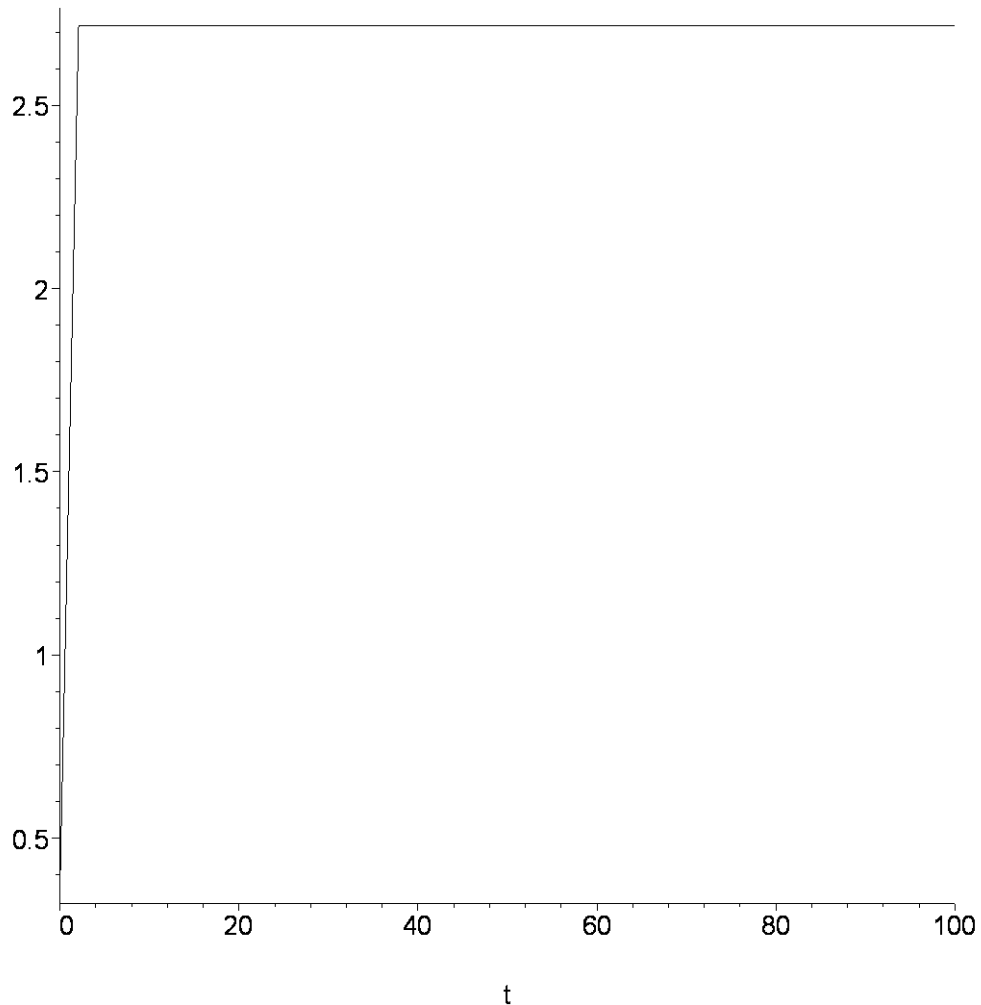
> **simplify(%);**

>

$$-\frac{\ln(-a10^{\sim})}{\ln(b10^{\sim})}$$

Budu nyní zkoumat, jak se tvar křivky mění v závislosti na parametrech: Na c zřejmě nezáleží - to jen vertikálně "roztahuje" křivku. Necht' $a = -2$ a b ať probíhá 0.01, 0.02, ..., 0.98, 0.99

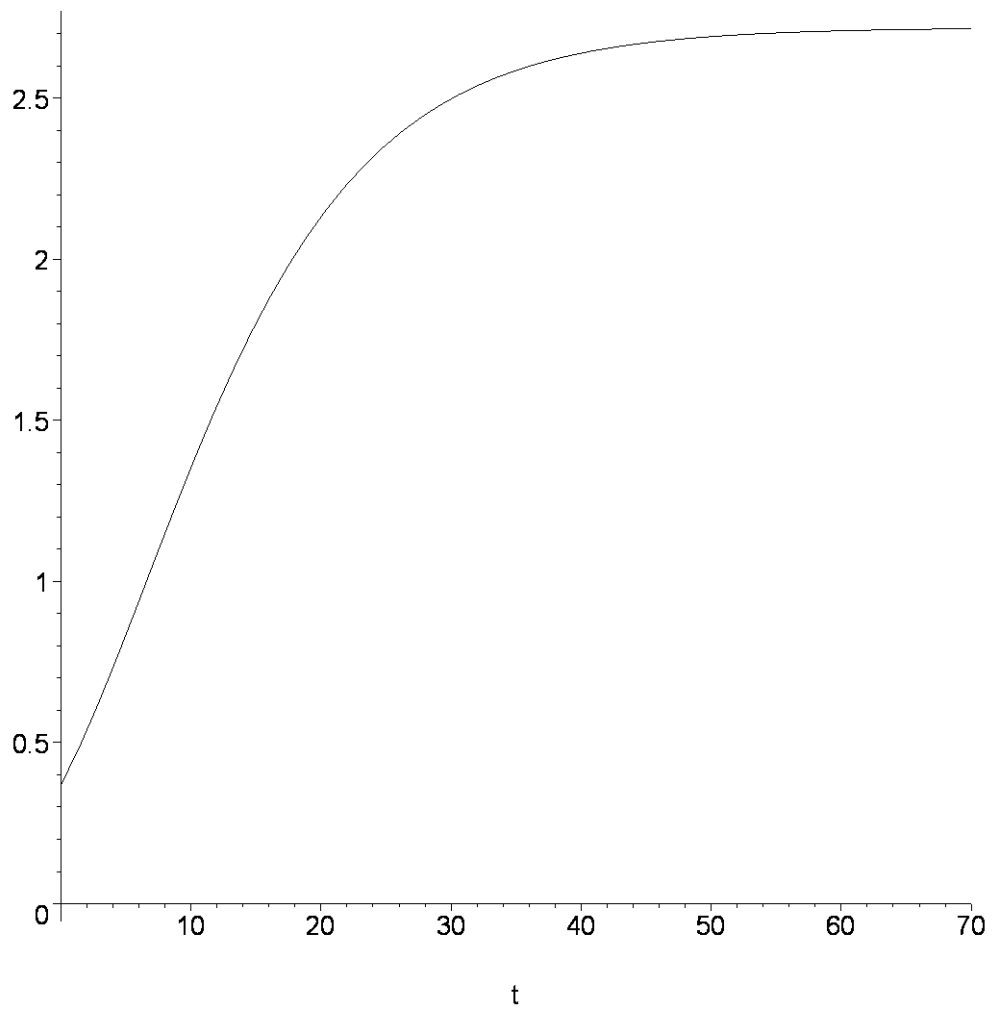
> `animate(exp(1-2*u^t), t=0..100, u=0.01..0.99, frames=100, color=black);`



Z toho je i názorně vidět, že teprve pro b blízká jedné začíná mít křivka "pozdvolnějši" růst. Jinak velmi rychle dosahuje hodnot blízkých asymptotě.

Nyní nechám a proběhnout -2, -3, ..., -15 při $b=0.9$

> `animate(exp(1-u*0.9^t), t=0..70, u=2..25, frames=100, color=black);`



- [>
- [>
- [>
- [>
- [>
- [>

Při větších hodnotách $|a|$ je tedy Gompertzova křivka strmější kolem inflexe. Jinak zůstává vlevo od inflexe u osy x , vpravo u asymptoty.