ŠROUBOVICE

Šroubový pohyb vzniká složením dvou pohybů: **I.** rotace okolo osy, kterou při zobrazování volíme kolmou na půdorysnu

II. pohyb rovnoměrně přímočarý ve směru osy rotace.

Proces, při kterém vzniká plocha tímto pohybem, se nazývá šroubování. Šroubovat lze jakoukoli křivku. Při nejjednodušší volbě, šroubujeme-li bod, dostáváme šroubovici. Je to prostorová křivka ležící na válcové ploše a její rovnici snadno odvodíme.

Položíme-li tedy osu rotace kolmou k půdorysně, tak z rotace bodu okolo osy *z*, při jeho vydálenosti od této osy rovné r, dostáváme vztahy:

$$x = r\cos(t)$$
$$y = r\sin(t)$$

Rovnoměrný pohyb ve směru osy z nám dá vztah $z = c\,t$, kde c je nenulová konstanta a její znamení ovlivňuje pravotočivost či levotočivost šroubovice.

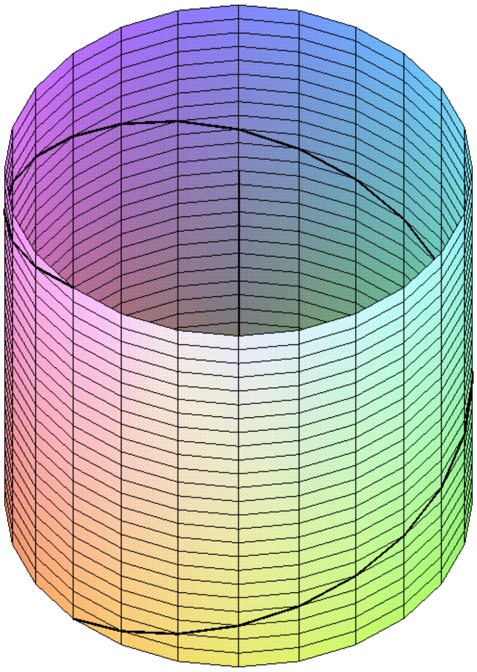
Můžeme si tedy takovou šroubovici nakreslit. (v honím menu EDIT -- EXECUTE -- WORKSHEET)

```
> restart:
> with(plots):
>
> R:=0.05:
> r:=1:
> c:=1:
> uzlu:=1:
> maxf:=20:
> fr:=15:
>
> s1:=t -> r*cos(t):
> s2:=t -> r*sin(t):
> s3:=t -> c*t:
> maxt:=2*Pi*uzlu:
>
> OSA:=plot3d([0,0,t],t=0..maxt,tt=0..1,thickness=2,color=red):
> SR:=plot3d([s1(t),s2(t),s3(t)],t=0..maxt,tt=0..1,thickness=3,col
  or=blue):
> VALEC:=plot3d([r*cos(t),r*sin(t),tt],t=0..maxt,tt=0..c*2*Pi):
```

>

>

```
> display(OSA,SR,VALEC);
```



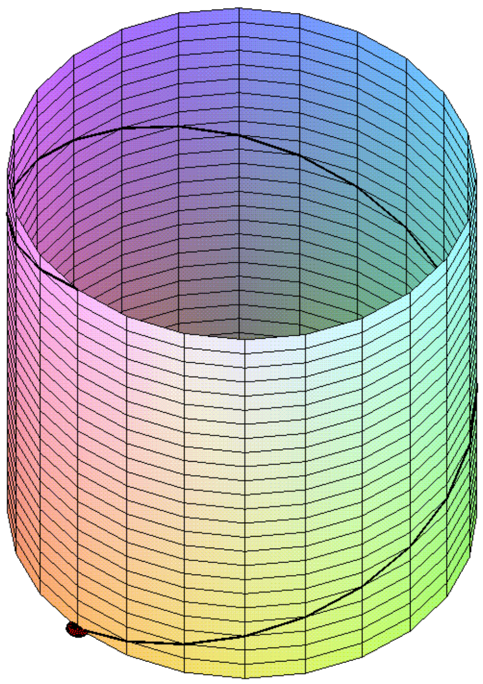
>

Na obrázku je znázorněna červeně osa rotace a modře ona šroubovice (zde je $c = 1$).

Můžeme též naznačit vznik šroubovice šroubováním bodu. (na obr. vyznačen červeně)

(stačí kliknout na obrázek a na horní liště kliknout na ikonku PLAY)

```
> A:=animate3d([s1(t)+R*cos(p)*cos(q),s2(t)+R*cos(p)*sin(q),s3(t)+
  R*sin(p)],q=0..2*Pi,p=-Pi..Pi,t=0..maxt,frames=fr,color=red):
> display(A,SR,VALEC);
```



Na šroubovici se nyní podíváme pomocí diferenciální geometrie.

Její parametrické vyjádření v nejjednodušším tvaru je následovné:

```
> p(t):=[s1(t),s2(t),s3(t)];
```

$$p(t) := [\cos(t), \sin(t), t]$$

Spočteme první derivaci, neboli tečný vektor:

```
>
>
> Diff(p,t)=diff(p(t),t);
```

$$\frac{\partial}{\partial t} p = [-\sin(t), \cos(t), 1]$$

Abychom mohli počítat její křivost a torzi, spočteme ještě druhou a třetí derivaci:

```
> Diff(p,t,t)=diff(p(t),t,t);
```

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p = [-\cos(t), -\sin(t), 0]$$

```
> Diff(p,t,t,t)=diff(p(t),t,t,t);
```

$$\frac{\partial^3}{\partial t^3} p = [\sin(t), -\cos(t), 0]$$

Snadno spočteme vektory T, N:

```
> T=1/sqrt(r^2+c^2)*Diff(p,t);
```

$$T = \frac{1}{2}\sqrt{2}\left(\frac{\partial}{\partial t} p\right)$$

```
> N=[-cos(t),-sin(t),0];
```

$$N = [-\cos(t), -\sin(t), 0]$$

Dvojici T,N rošíříme jeich vektorovým součinem na ortonormální bázi:

```
> B=1/sqrt(r^2+c^2)*[c*sin(t),c*cos(t),r];
```

$$B = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,[\sin(t), \cos(t), 1]$$

Křivost potom spočteme ze vzorce pro obecnou parametrizaci, tj. jako podíl velikosti vektorového součinu první a druhé derivace a třetí mocniny velikosti první derivace.

Dostaneme tedy zlomek $\dfrac{r\sqrt{r^2+c^2}}{\sqrt{r^2+c^2}^{\,3}}$ a tedy

```
> k=r/(r^2+c^2);
```

$$k = \frac{1}{2}$$

```
>
>
```

Vztah pro torzi, je podíl vnějšího součinu všech tří derivací a druhé mocniny velikosti vektorového součinu první a druhé derivace.

```
> h=c(r^2+c^2);
```

$$h = 1$$

Chceme-li střed křivosti v obecném bodě šroubovice, dosadíme do vztahu $S = \mathrm{p}(t) + \frac{k}{N}$

```
> S=p(t)+1/k*N;
```

$$S = [\cos(t), \sin(t), t] + \frac{N}{k}$$

```
>
```

a tedy $S = \left[-\frac{c^2 \cos(t)}{r}, -\frac{c^2 \sin(t)}{r}, c\, t \right]$

Středy křivosti tedy vytvoří opět šroubovici, ale na jiné válcové ploše.