Nekonecne ciselne rady

1. Vysetrete konvergenci rady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cos(n)^2}{\pi^n + 1}$$

```
>
> limit((3^n*cos(n)^2)/(Pi^n+1),n=infinity);
```

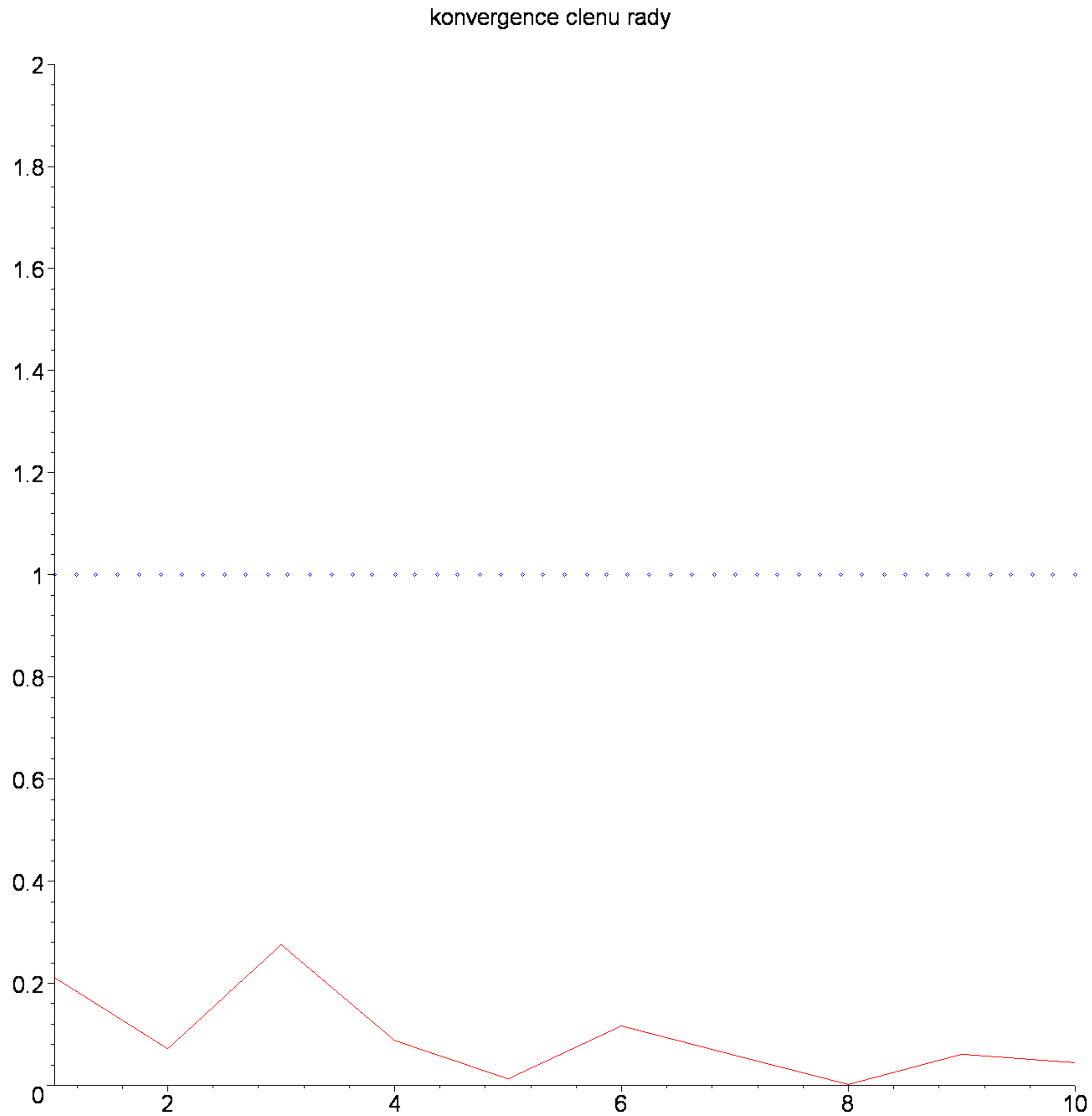
$$0$$

Splnena nutna podminka konvergence. Jedna se o radu s kladnymi cleny, pro zjisteni konvergence zkusime pouzit odmocninove kriterium.

```
> surd(n,(3^n*cos(n)^2)/(Pi^n+1));
```

$$\operatorname{surd}\left(n, \frac{3^n \cos(n)^2}{\pi^n + 1}\right)$$

```
> f:=proc(n)((3^n*cos(n)^2)/(Pi^n+1))^1/n;end:
> X:= [seq(i, i=1..20)]:
> Y:= map(f,X):
> XY:= zip((x,y) -> [x,y],X,Y):
> plot({XY,1},1..10,0..2,style=[point,line],color=[blue,red],title
  =`konvergence clenu rady`);
```




```
> limit(f(n),n=infinity);
```

$$0$$

Protoze 0<1, rada podle Cauchyova kriteria konverguje.

2. Vysetrete konvergenci rady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{n+1}}$$

Zjistime, zda je splnena nutne podminka konvergerce:

```
> limit(sqrt((n+2)/(n+1)),n=infinity);
```

$$1$$

```
>
```

Jak vidime, tak tato podminka splnena neni, takze dal se timto prikladem zabyvat nebudeme :)
Zkusime neco zajimavejsiho.

3. Konverguje nasledujici rada?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{(n+1)^{\left(\frac{3}{2}\right)} - 1}$$

Jedn ase o alternujici radu a podle Leibnitzova kriteria takova rada konverguje prave tehdy, kdyz limita posloupnosti jde k nule.

```
> limit((-1)^n*(n+1)/(-1+(n+1)*sqrt(n+1)),n=infinity);
```

$$0$$

..coz jak vidime jde, takze rada konverguje.

4. Vysetrete absolutni konvergenci rady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\,\pi)}{n - \ln(n)}$$

Nejdrive overeni nutne podminky konvergence

```
> limit((cos(n*Pi))/(n-log(n)),n=infinity);
```

$$0$$

Pro zjisteni absolutni konvergence budem zkoumat radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \ln(n)}$

Pouzijeme srovnavaciho kriteria. $\frac{1}{n} < \frac{1}{n - \ln(n)}$

a protoze rada 1/n diverguje, nase rada neni absolutne konvergentni.

Jeste muzeme zjistit neabsolutni konvergenci pomoci Leibnitzova kriteria.Hned na zacatku jmse zjistili, ze limita jde k nule, takze nase rada konverguje neabsolutne.

```
>
```

5.Pomoci podiloveho kriteria vysetrete konvergenci rady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\,n - 3}{\sqrt{n}\,\sqrt{3}^{\,n}}$$

```
> limit((4*n-3)/(sqrt(n)*(sqrt(3))^n),n=infinity);
```

$$0$$

```
> limit(((4*(n+1)-3)/(sqrt(n+1)*(sqrt(3))^(n+1))/((4*n-3)/(sqrt(n)
  *(sqrt(3))^n)),n=infinity));
```

$$\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Dostali jsme cislo mensi nez jedna, takze dana rada konverguje.

6.Vysetrete konvergenci rady integralnim kriteriem

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln(n)}}$$

```
> limit(1/(n*log(n)^(1/2)),n=infinity);
```

$$0$$

```
> g:=n->1/(n*log(n)^(1/2));
```

$$g := n \rightarrow \frac{1}{n\sqrt{\log(n)}}$$

```
> int(g(n),n=2..infinity);
```

$$\infty$$

Z cehoz plyne, ze rada diverguje.

Mezi kriteria konvergence rady s kladnymi cleny patri jeste Raabeho limitni kriterium, jehoz zneni je nasledujici:

Pokud nasledujici limita je rovna nejakemu cislu 'm' a m>1, pak rada konverguje, je-li m<1, rada diverguje

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right)$$

```
>
```

```
>
```