Ukázkový výpočet integrálu

Budeme integrovat funkci f(x) na intervalu [a,b].

Nejdříve zadáme funkci a interval.

Pak si vybereme, zda budeme počítat primitivní funkci nebo určitý integrál.

Výpočet může být úspěšnější s použitím substituce g(x)= ... (pokud nás nějaká napadá).
Můžeme použít g(x)=x, čímž se dosazuje x=x ;-)

Průběžně budeme zadávat příkazy latex,
abychom mohli lehce výsledky převést do La-TeXu.

Musíme zadat (zmáčkneme ENTER)

```
> with(student):
```

a pak si vybereme, co budeme dělat.

Zadání funkce a intervalu

Budeme integrovat funkci *f(x)* na intervalu [a,b],

Připravíme si f(x), g(x) a interval [a, b] .....ZDE JE MOŽNÉ ZMĚNIT PŘÍKLAD !!!

Na ukázku si vypočítáme ...

```
> f(x):=1/sqrt(1+x);
```

$$f(x) := \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

s pomocí substituce

```
> g(x):=x+1;
```

$$g(x) := 1 + x$$

Tedy v integrálu budeme zkoušet substituci u=g(x).

Interval zvolíme

```
> a=0;
```

$$a = 0$$

```
> b=1;
```

$$b = 1$$

Primitivní funkce

```
> Int(f(x),x);
```

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx$$

```
> Int(f(x),x)=int(f(x),x) +C;
>
```

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx = 2\sqrt{1+x} + C$$

```
> latex(%);
\int \!{\frac {1}{\sqrt {1+x}}}{dx}=2\,\sqrt {1+x}+C
```

Primitivní funkce spočítaná pomocí substituce

Zkusíme použít substituci g(x)

```
> g(x);
```

$$1 + x$$

```
> I1 :=  Int(f(x),x);
```

$$I1 := \int \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx$$

```
> I2 := student[changevar](g(x)=u,I1,u);
```

$$I2 := \int \frac{1}{\sqrt{u}}\, du$$

```
> value(%);
>
```

$$2\sqrt{u}$$

```
> F(x) :=subs(u = g(x),%);
>
```

$$\mathrm{F}(x) := 2\sqrt{1+x}$$

```
> diff(F(x),x);
```

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

Určitý intergál

```
> II1 := Int(f(x),x=a..b);
```

$$II1 := \int_a^b \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx$$

```
> II1 = value(%);
>
```

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx = -2\sqrt{1+a} + 2\sqrt{1+b}$$

```
> latex(%);
\int _{a}^{b}\!{\frac {1}{\sqrt {1+x}}}{dx}=-2\,\sqrt {1+a}+2\,\sqrt {
1+b}
```

Určitý intergál spočítaný pomocí substituce

```
> II1 := Int(f(x),x=a..b);
```

$$II1 := \int_a^b \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx$$

```
> II2 := student[changevar](g(x)=u,II1,u);
```

$$II2 := \int_{1+a}^{1+b} \frac{1}{\sqrt{u}}\, du$$

```
> II1 = value(%);
```

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1+x}}\, dx = -2\sqrt{1+a} + 2\sqrt{1+b}$$

```
> latex(%);
\int _{a}^{b}\!{\frac {1}{\sqrt {1+x}}}{dx}=-2\,\sqrt {1+a}+2\,\sqrt {
1+b}
```

Zkouška

```
> f(x);
```

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

```
> F(x):=int(f(x),x);
```

$$F(x) := 2\sqrt{1+x}$$

```
> diff(F(x),x);
```

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

```
> Diff(F(x),x) = %;
```

$$\frac{d}{dx}\left(2\sqrt{1+x}\right)=\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

```
> latex(%);
{\frac {d}{dx}} \left( 2\,\sqrt {1+x} \right) ={\frac {1}{\sqrt {1+x}}
}
```

....

VAROVÁNÍ

1. ne všechny integrály jdou spočítat $\int \frac{x}{\sqrt{\log(x)}}\,dx$

```
> int(x/sqrt(log(x)),x);
```

$$\int \frac{x}{\sqrt{\ln(x)}}\,dx$$

2. u některých integrálů Maple používá pro nás neznámé funkce $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

```
> int(1/sqrt(1+x^2),x);
```

$$\operatorname{arcsinh}(x)$$

```
>
```