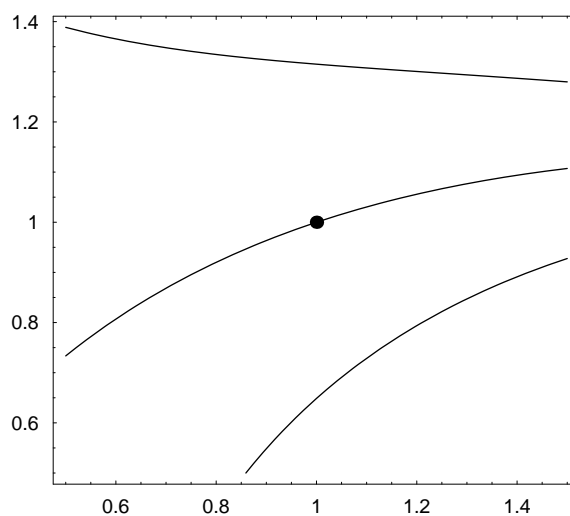
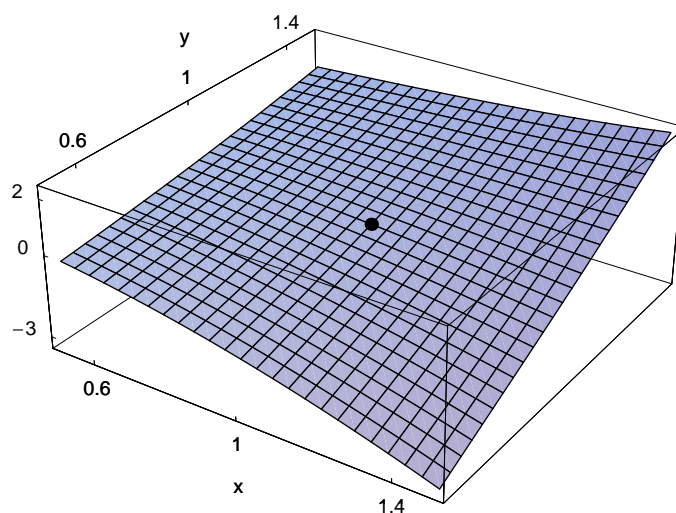


Obrázky ke kapitole 16

Příklad 16.3 na str. 146

$F(x, y) = y^2 e^{x-1} - x^2 e^{1-y}$, $(a, b) = (1, 1)$. Graf $F|_{\langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rangle^2}$.

Na dolním obrázku shora dolů: části c -hladin s $c = 1, 0, -1$.^{*})

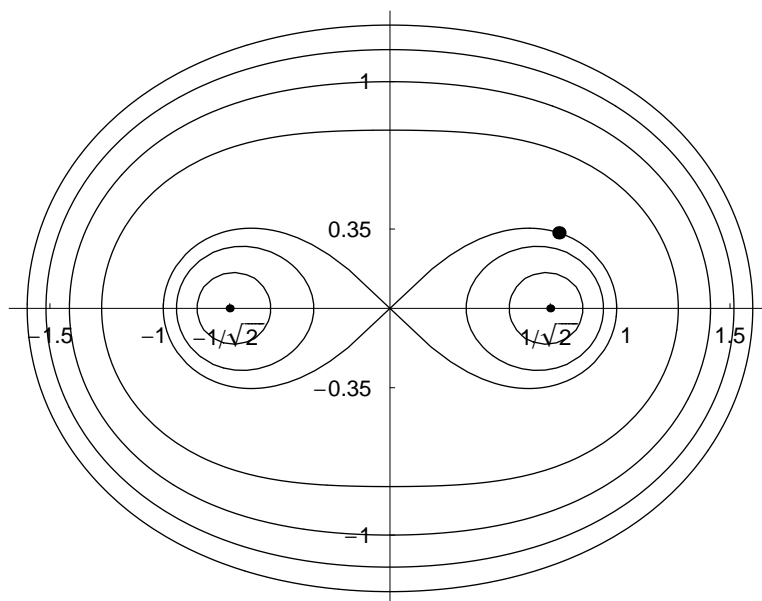
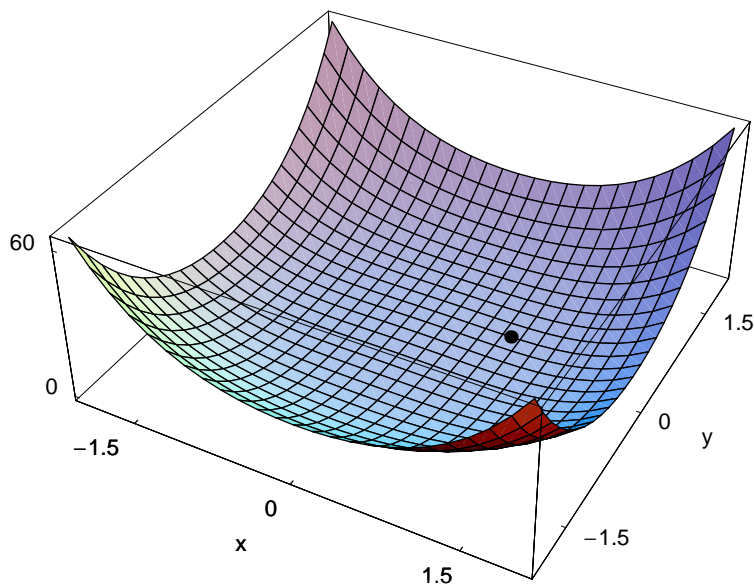


^{*}) Připomeňme, že v geografické terminologii jsou hladiny vrstevnicemi zvládného povrchu – v našem případě grafu funkce. Protože jejich studiem získáváme podrobnější informace o průběhu funkce, kreslíme zpravidla několik hladin, což vhodný program (např. Mathematica firmy Wolfram) umožňuje; jejich popis ve tvaru $y = g(x)$ nebo $x = h(y)$ však zpravidla není k dispozici.

Příklad 16.7 na str. 152

$F(x, y) = (x^2 + y^2)^2 + y^2 - x^2$, $(a, b) = (\frac{1}{3}\sqrt{5}, \frac{1}{3})$. Graf $F|_{\langle -2, 2 \rangle^2}$. Její hladiny jsou Cassiniho křivky.

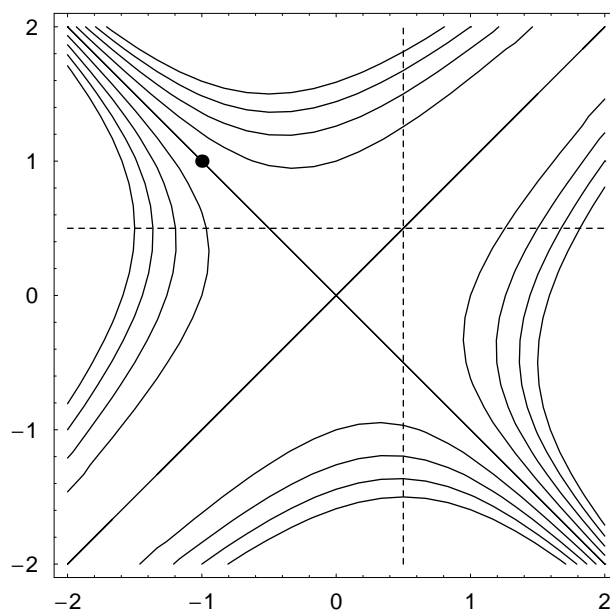
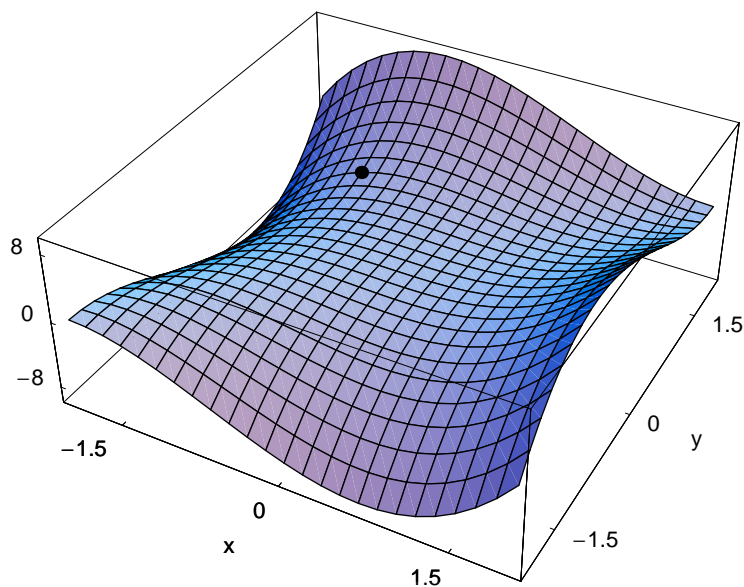
Nulová hladina je lemniskata, uvnitř jejích smyček jsou c -hladiny s $c = -0.1$ a $c = -0.2$; (-0.25) -hladina se skládá z bodů $(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, 0)$, c -hladiny s $c = 1, 2, 3, 4$ obsahují lemniskatu uvnitř.



Cvičení 16.31 na str. 163

$$F(x, y) = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3, (a, b) = (-1, 1). \text{ Graf } F|_{\langle -2, 2 \rangle^2}.$$

Nulová hladina je sjednocením přímek $y = \pm x$; úsečka $x = \frac{1}{2}$ protíná (počítáno shora dolů) po řadě c -hladiny s $c = 4, 3, 2, 1, 0, 0, -1, -2, -3, -4$. Totéž platí (počítáno zleva doprava) pro úsečku $y = \frac{1}{2}$.

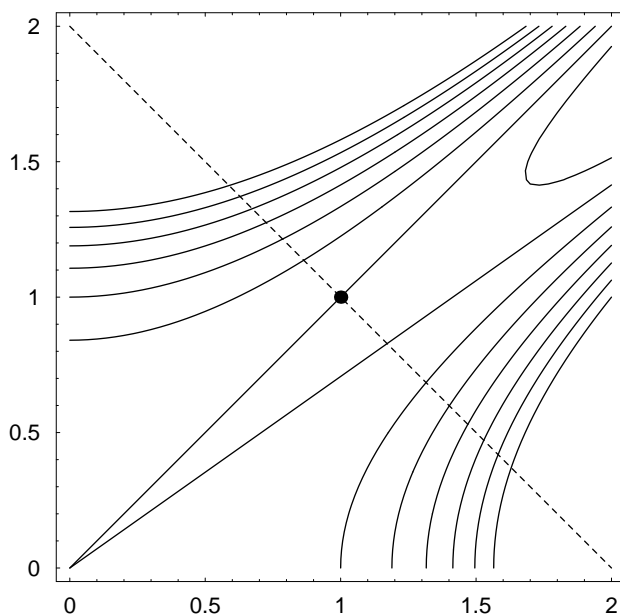
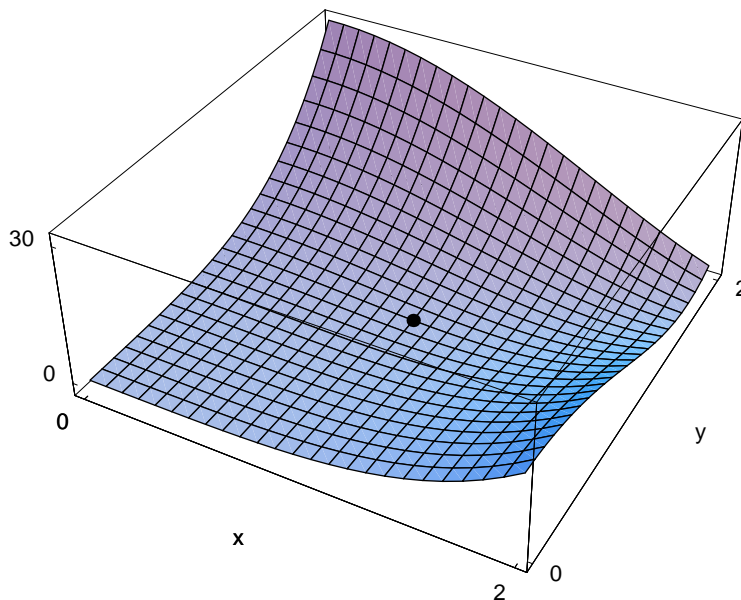


Cvičení 16.32 na str. 163

$$F(x, y) = x^4 - 3x^2y^2 + 2y^4, \quad (a, b) = (1, 1). \quad \text{Graf } F|_{\langle 0, 2 \rangle^2}.$$

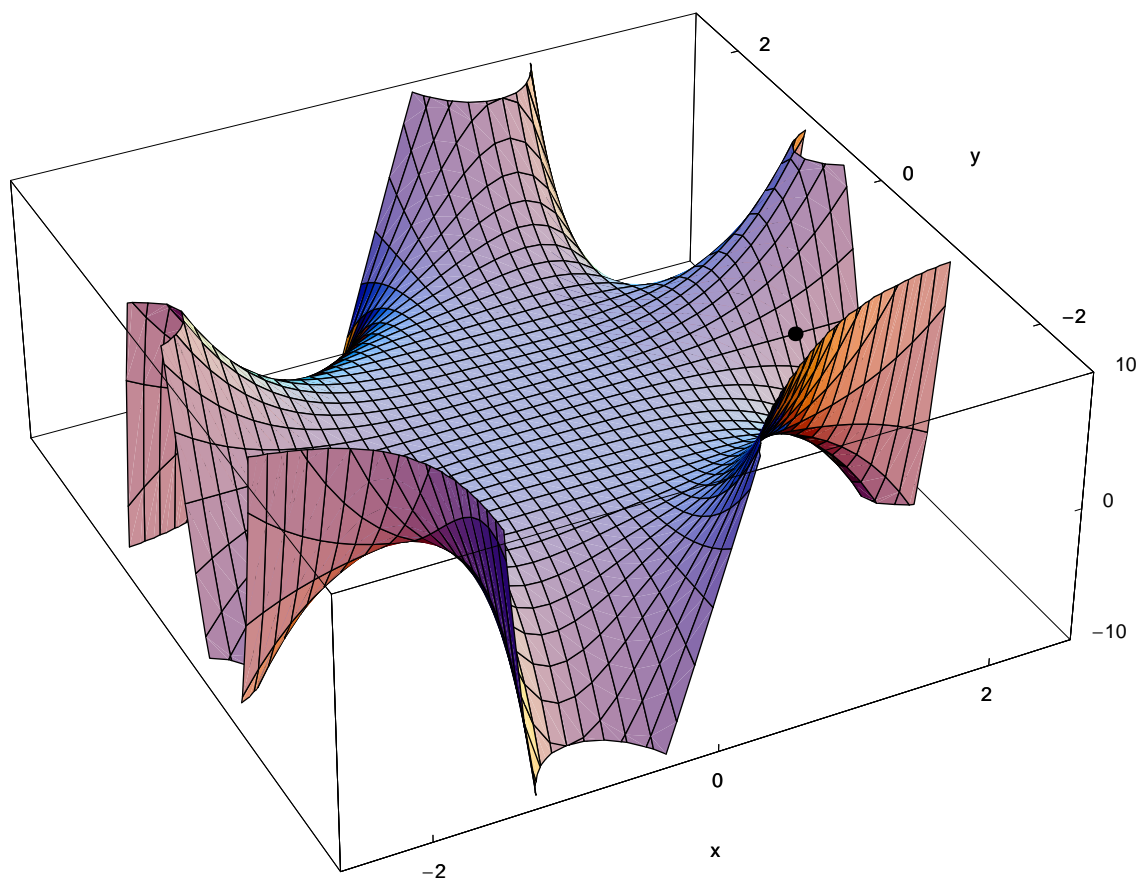
Nulová hladina je sjednocením přímek $y = \pm x$ a $y = \pm x/\sqrt{2}$;

úsečka $y = 2 - x$ protíná (počítáno shora dolů) po řadě c -hladin s $c = 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$;
v úhlu sevřeném přímkami $y = x$ a $y = x/\sqrt{2}$ leží část (-1) -hladiny.



Cvičení 16.33 na str. 164

$F(x, y) = x(y^4 - y^2) - x^4(y^3 - y)$, $(a, b) = (2, 0)$. Graf $F|_{\langle -2.5, 2.5 \rangle^2}$. *



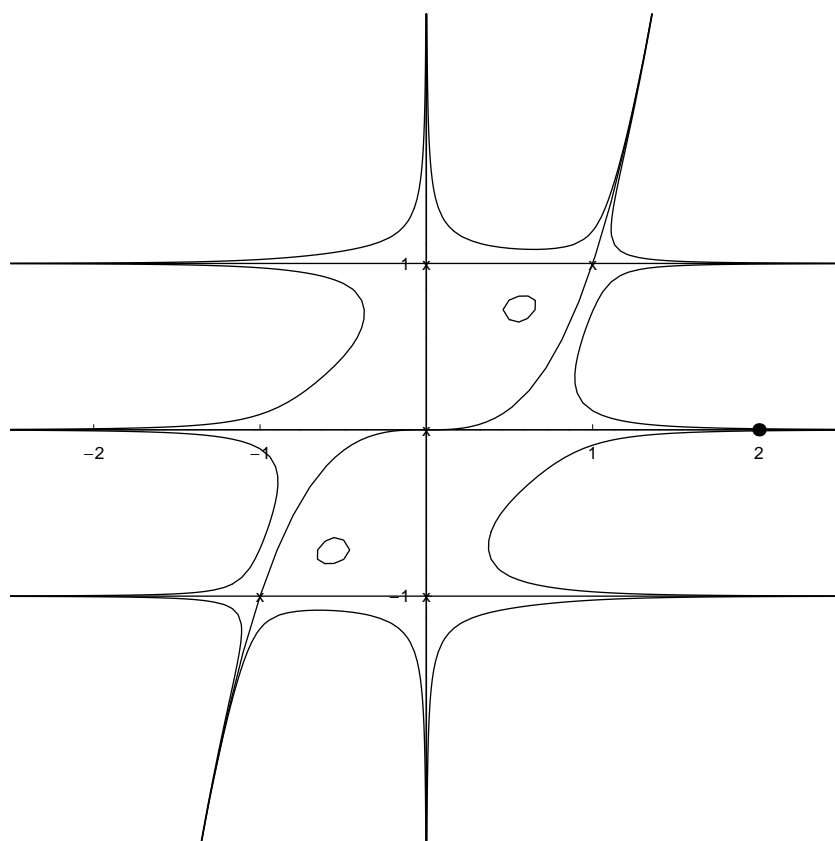
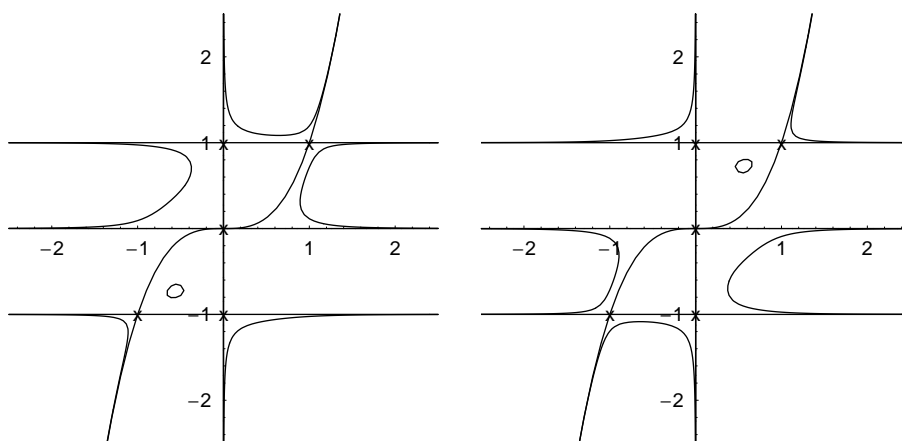
*) Obor hodnot je restringován na interval $\langle -10, 10 \rangle$. Ilustrace Cvičení 16.33 pokračuje na další stránce.

Pokračování Cvičení 16.33 na str. 164

Nulová hladina funkce F je sjednocením souřadnicových os, přímkou $y = \pm 1$ a křivky $y = x^3$.

Horní řádek vlevo: c -hladiny s $c = 0$ a $c = 0.1$, vpravo s $c = 0$ a $c = -0.1$.

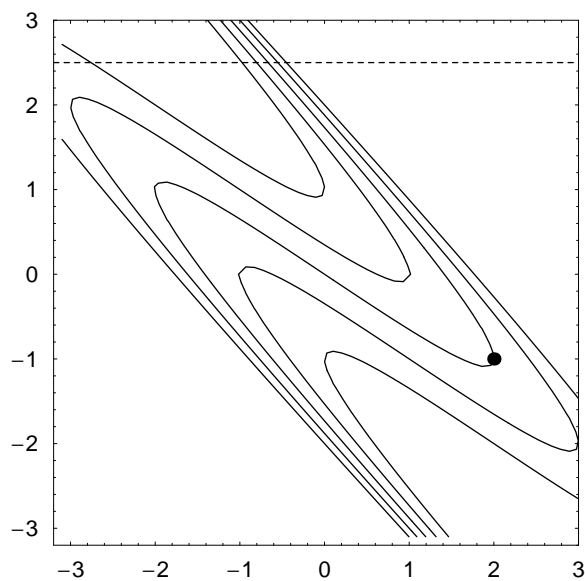
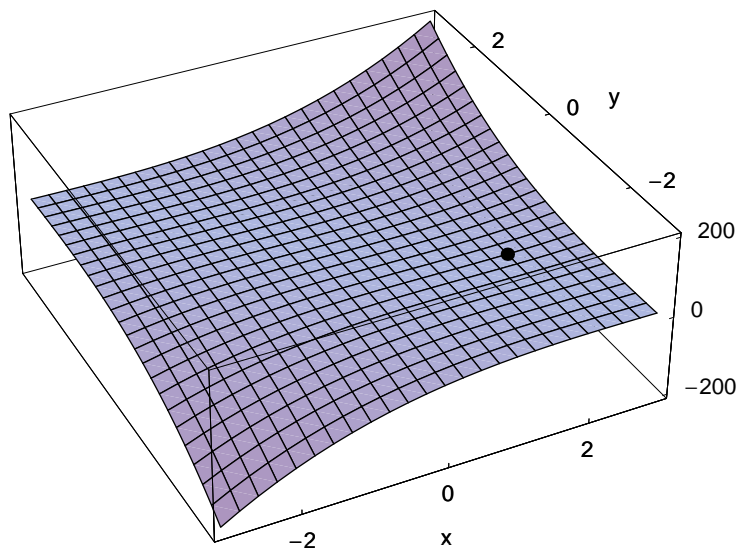
Dolní řádek: c -hladiny s $c = 0$ a $c = \pm 0.1$. (Křížkem jsou označeny stacionární body.)



Cvičení 16.34 na str. 164

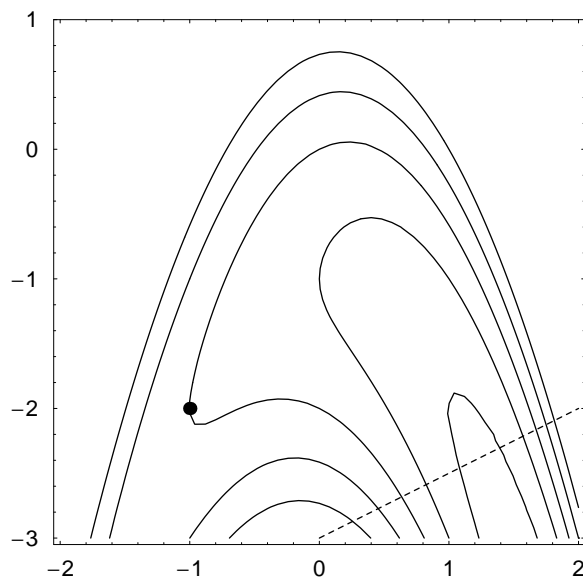
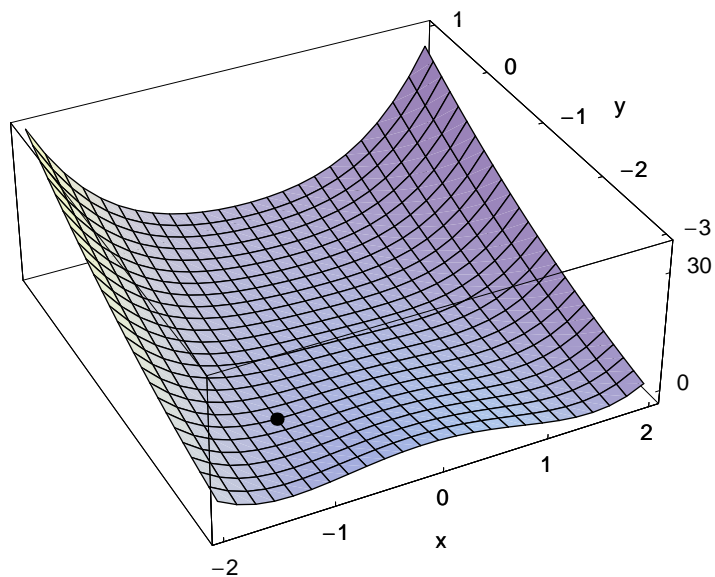
$$F(x, y) = (x + y)^3 - 2x - 3y, \quad (a, b) = (2, -1). \quad \text{Graf } F|_{\langle -3, 3 \rangle^2}.$$

Úsečka $y = 2.5$ protíná (počítáno zleva doprava) po řadě c -hladin s $c = -2, -2, -1, 0, 1, 2$.



Cvičení 16.35 na str. 164

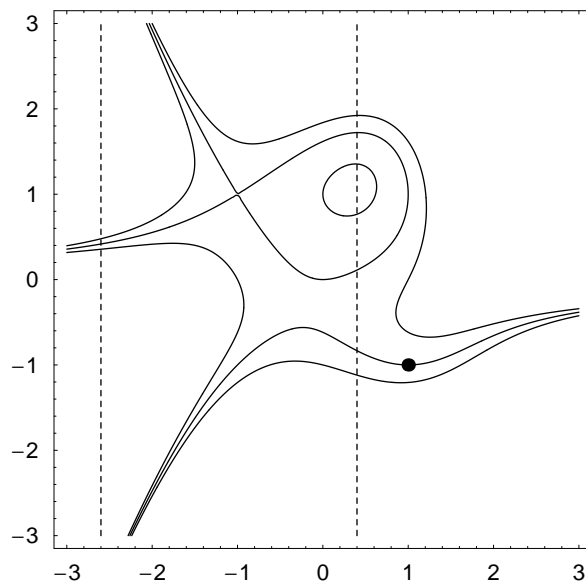
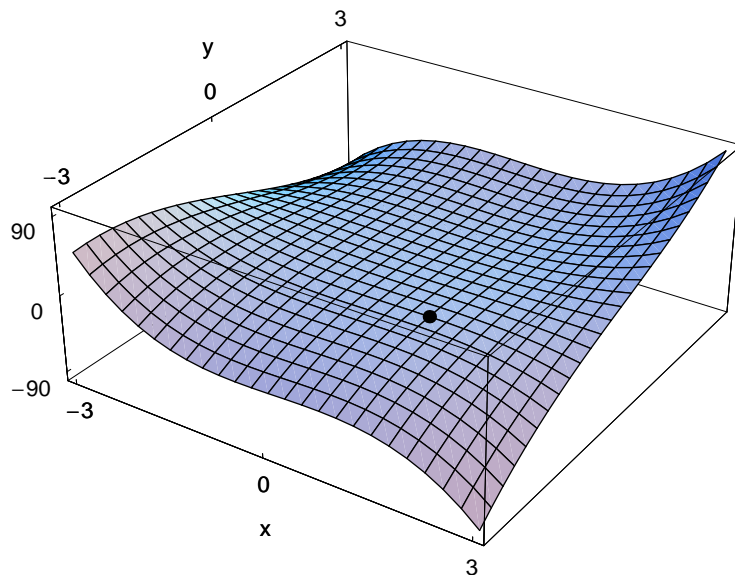
$F(x, y) = (x^2 + y)^2 + 2x^2 + 2y - x$, $(a, b) = (-1, -2)$. Graf $F|_{\langle -2, 2 \rangle \times \langle -3, 1 \rangle}$.
Úsečka s popisem $y = \frac{1}{2}x - 3$, $x \in \langle 0, 2 \rangle$ protíná (počítáno zleva doprava) po řadě c -hladin s $c = 2, 1, 0, -1, -2, -2, -1, 0, 1, 2$.



Cvičení 16.36 na str. 164

$$F(x, y) = x^3y + x^2 - xy - y - y^2 + y^3, \quad (a, b) = (1, -1). \quad \text{Graf } F|_{\langle -3, 3 \rangle^2}.$$

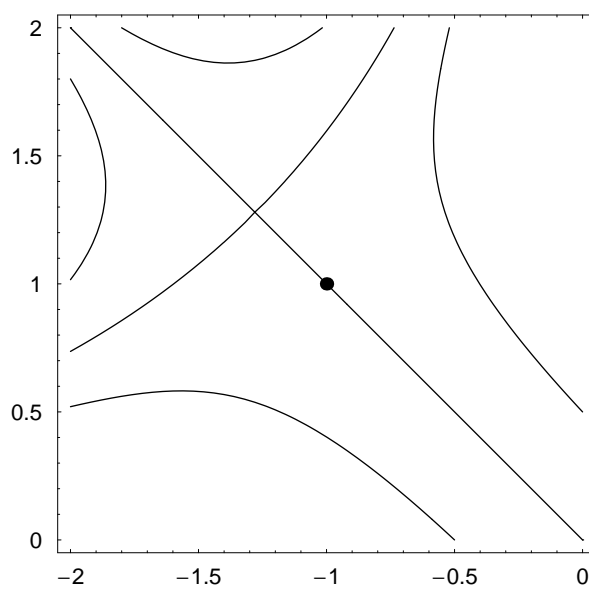
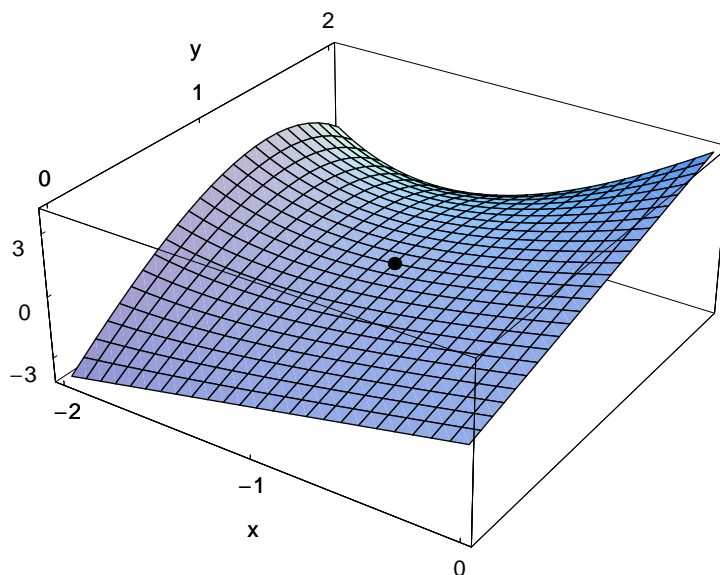
Úsečka $x = -2.6$ protíná (počítáno shora dolů) po řadě c -hladin s c rovným $-1, 0, 1$,
 úsečka $x = 0.4$ hladiny $1, 0, -1, -1, 0, 0, -1$.



Cvičení 16.37 na str. 164

$$F(x, y) = xe^y + ye^{-x} + x + y, (a, b) = (-1, 1). \text{ Graf } F|_{\langle -2, 0 \rangle \times \langle 0, 2 \rangle}.$$

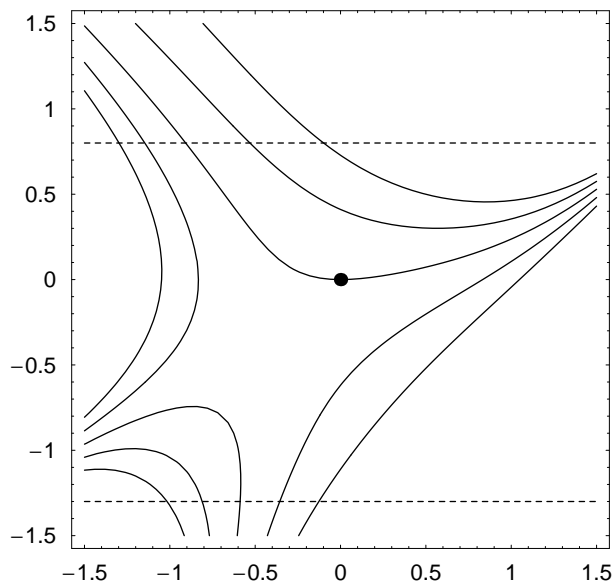
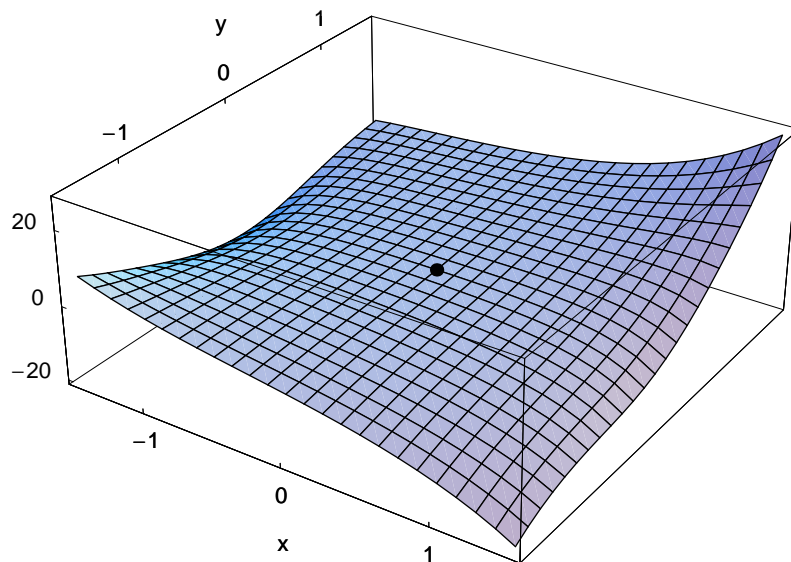
Nulová hladina obsahuje přímku $y = -x$, na níž leží stacionární bod $\dot{z} = (-1.27846, 1.27846)$; horní a dolní křivka je částí (-1) -hladiny, levá a pravá křivka částí 1-hladiny.



Cvičení 16.38 na str. 164

$$F(x, y) = e^{x+y} - e^{x-y} + e^{xy} - e^{x^2-y^2}, \quad (a, b) = (0, 0). \quad \text{Graf } F|_{(-1.5, 1.5)^2}.$$

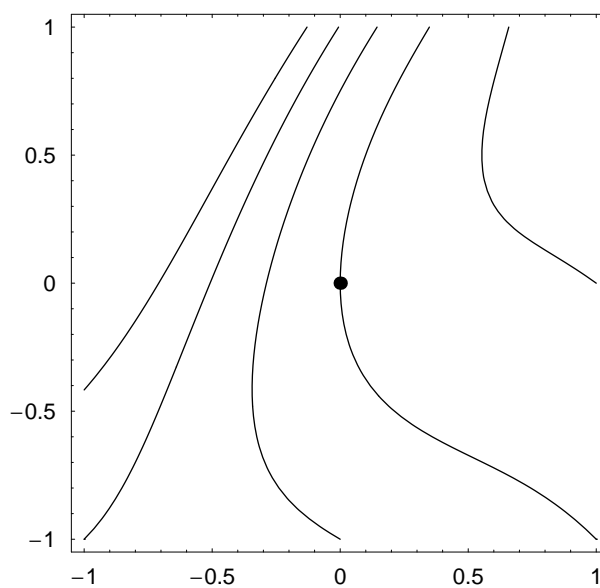
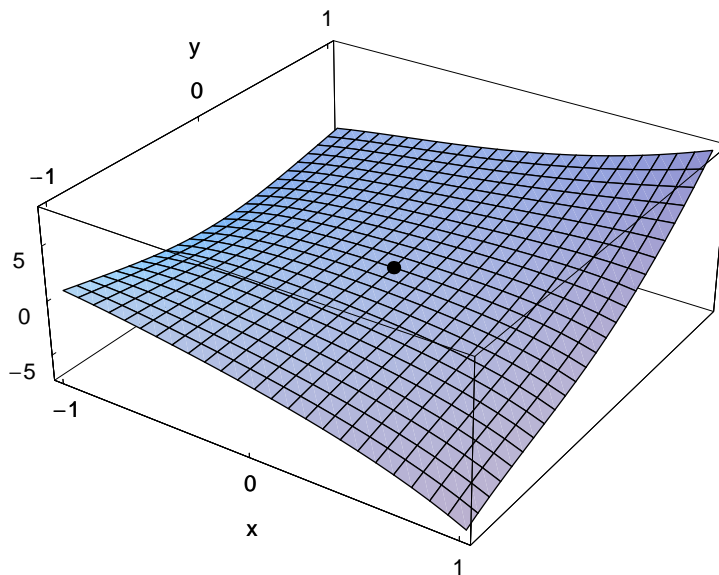
Úsečka $y = 0.8$ protíná (počítáno zleva doprava) po řadě c -hladin s c rovným $-2, -1, 0, 1, 2$;
úsečka $y = -1.3$ je protíná v opačném pořadí.



Cvičení 16.39 na str. 164

$$F(x, y) = (y + 1)e^{1-x^2} + (x - 1)e^{y+1}, \quad (a, b) = (0, 0). \quad \text{Graf } F|_{\langle -1, 1 \rangle^2}.$$

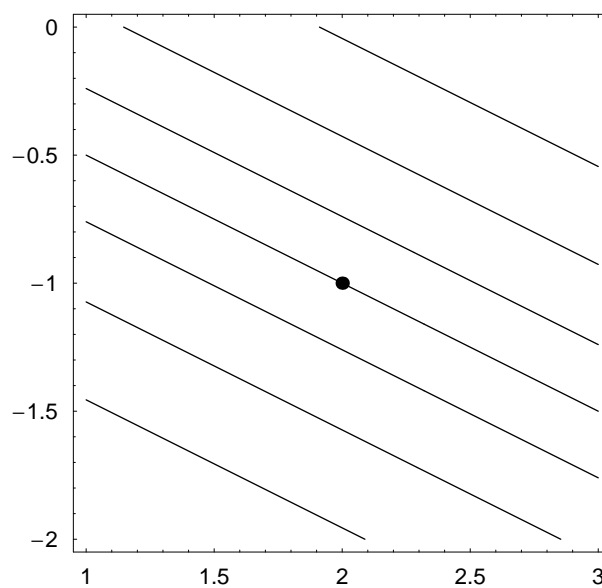
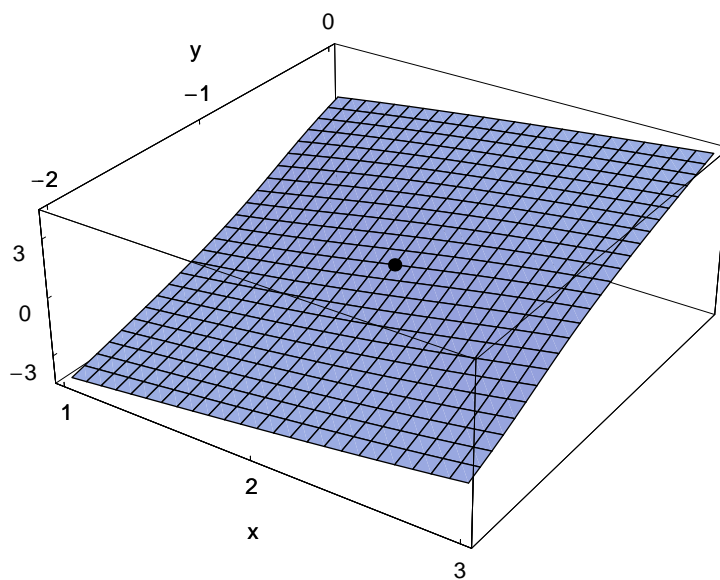
Křivky (počítáno zleva doprava) jsou po řadě části c -hladin s c rovným $-3, -2, -1, 0, 1$.



Cvičení 16.40 na str. 164

$F(x, y) = \arctg(x + 2y) + x + 2y$, $(a, b) = (2, -1)$. Graf $F|_{\langle 1, 3 \rangle \times \langle -2, 0 \rangle}$.

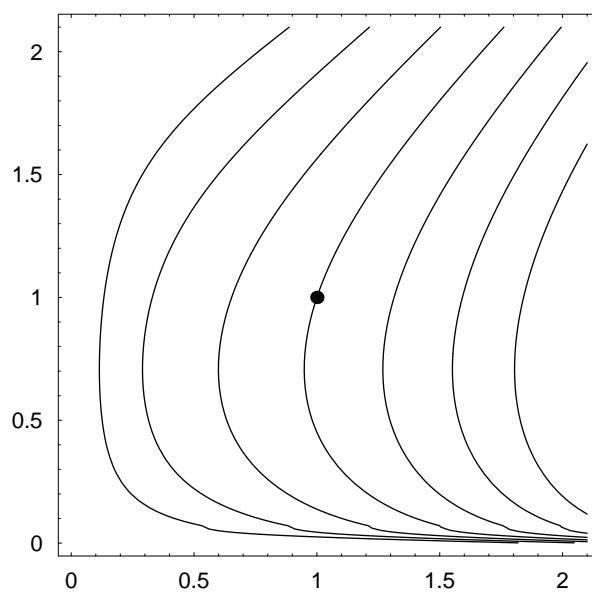
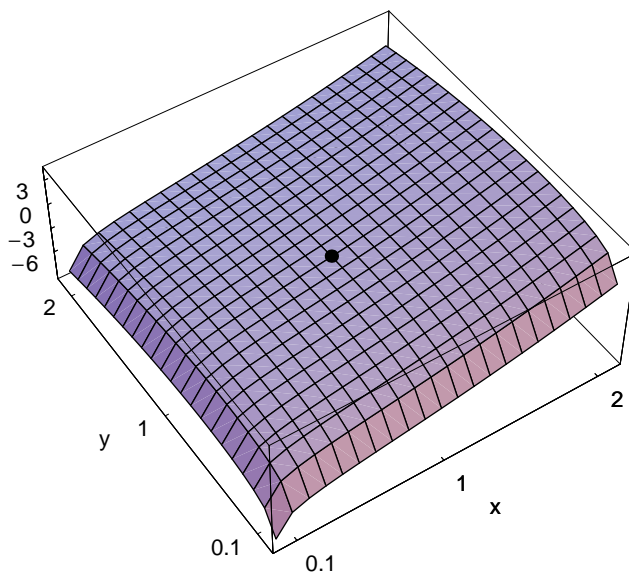
Křivky (počítáno shora dolů) jsou po řadě části c -hladin s c rovným 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3.



Cvičení 16.41 na str. 164

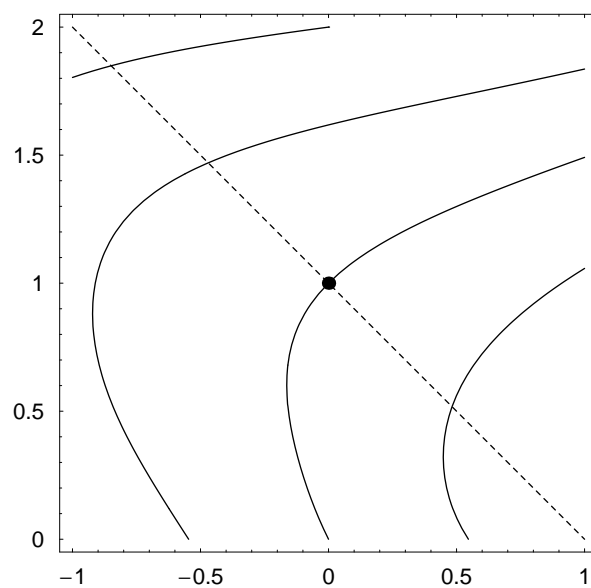
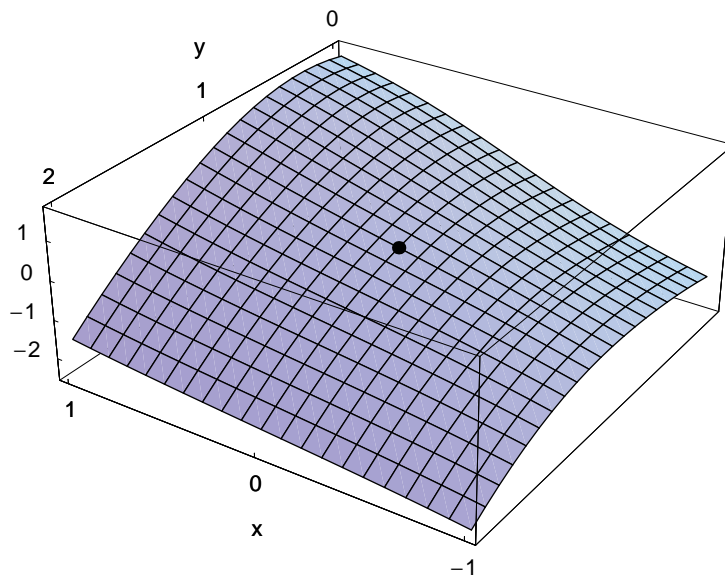
$$F(x, y) = \lg(xy) + x^2 - y^2, \quad (a, b) = (1, 1). \quad \text{Graf } F|_{(0.01, 2.1)^2}.$$

Křivky (počítáno zleva doprava) jsou po řadě částí c -hladin s c rovným $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.



Cvičení 16.42 na str. 164

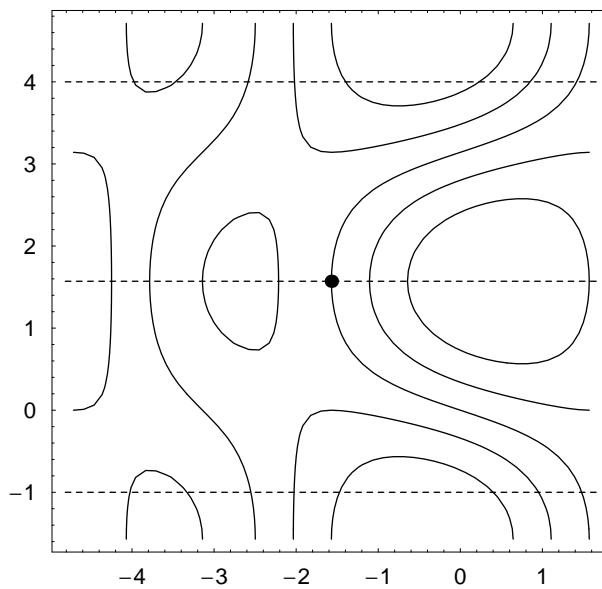
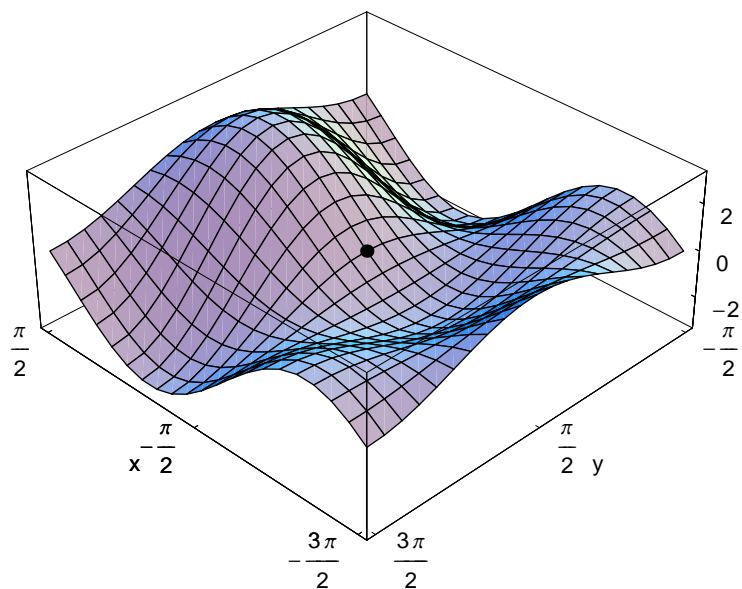
$F(x, y) = \operatorname{arctg}(x + y) + \operatorname{arctg}(x - y) + y - y^2$, $(a, b) = (0, 1)$. Graf $F|_{\langle -1, 1 \rangle \times \langle 0, 2 \rangle}$.
Křivky (po diagonále shora dolů) jsou po řadě části c -hladin s c rovným $-2, -1, 0, 1$.



Cvičení 16.43 na str. 164

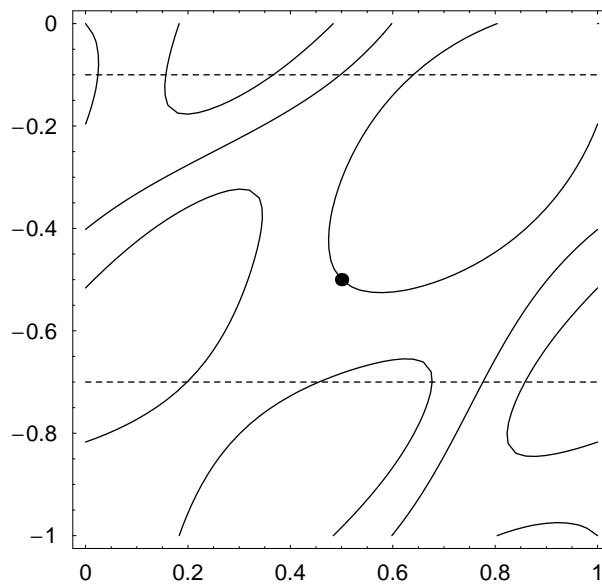
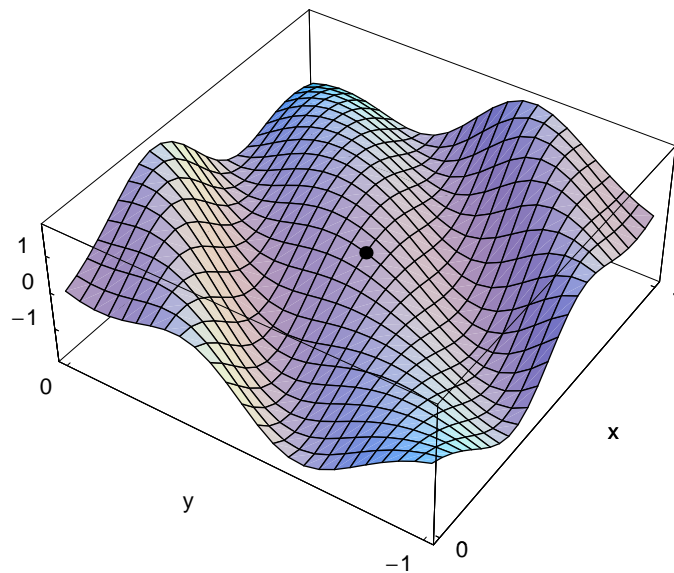
$F(x, y) = \sin x + \sin y - \sin(x - y) + \sin(x + y)$, $(a, b) = (-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi)$. Graf $F|_{\langle -\frac{3}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle \times \langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi \rangle}$.

Zleva doprava: úsečky $y = 4$ a $y = -1$ protínají po řadě c -hladiny s $c = 1, 1, 0, -1, -2, -2, -1, 0$,
na úsečce $y = \frac{1}{2}\pi$ jsou to po řadě c -hladiny s $c = 1, 0, -1, -1, 0, 1, 2, 2$.



Cvičení 16.44 na str. 164

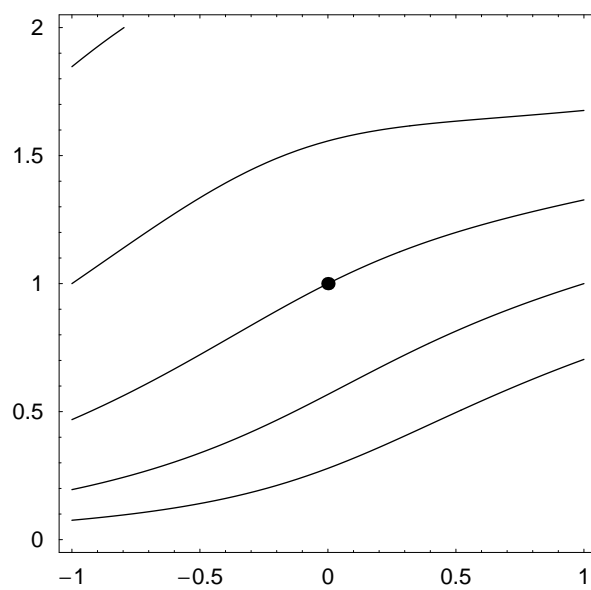
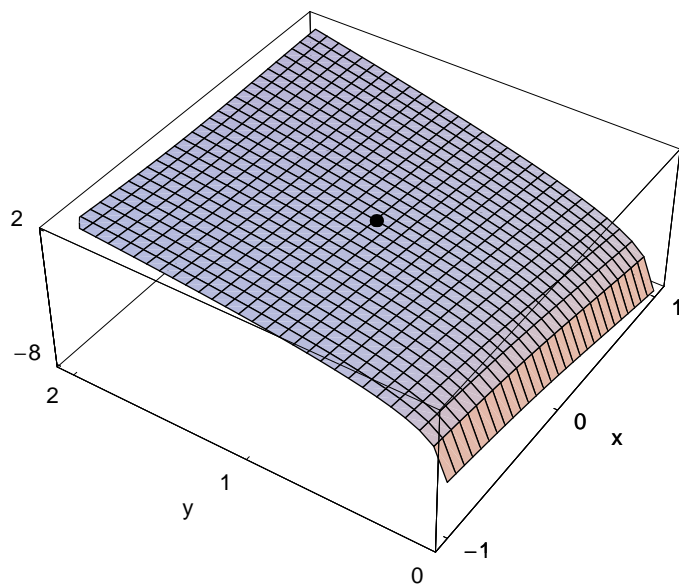
$F(x, y) = \sin(\sin(\pi(x + y))) + \sin(\pi \cos(\pi(x - y)))$, $(a, b) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$. Graf $F|_{\langle 0, 1 \rangle \times \langle -1, 0 \rangle}$.
Na úsečce $y = -0.1$ (počítáno zleva doprava) leží po řadě body c -hladin s $c = 0, 1, 1, 0, 0$, na úsečce $y = -0.7$ body c -hladin s $c = -1, -1, -1, 0, 1$; malý oblouk v pravém dolním rohu je částí 0-hladiny.



Cvičení 16.45 na str. 164

$F(x, y) = (y - 1)e^{\arctg x} - x + \lg y$, $(a, b) = (0, 1)$. Graf $F|_{\langle -1, 1 \rangle \times \langle 0.01, 2 \rangle}$.

Shora dolů: části c -hladin s $c = 2, 1, 0, 1, 2$.

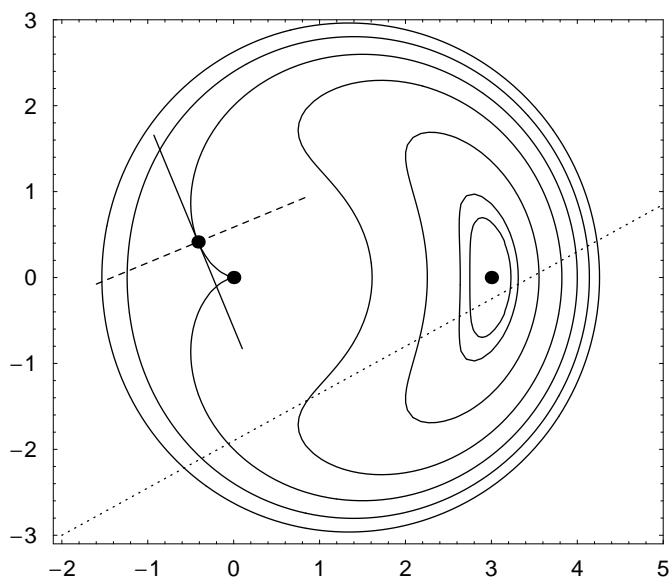
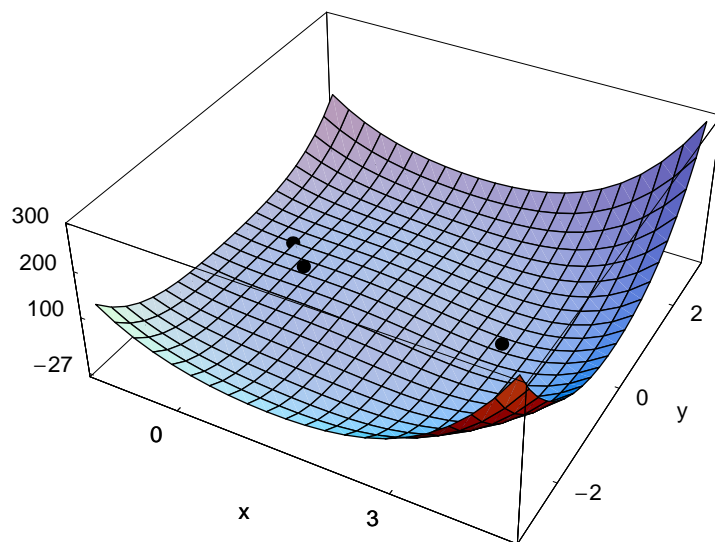


Cvičení 16.81 na str. 167

$F(x, y) = (x^2 + y^2 - 2x)^2 - 4(x^2 + y^2)$, $c = (1 - \sqrt{2}, \sqrt{2} - 1)$. Graf $F|_{\langle -\frac{6}{5}, \frac{9}{2} \rangle \times \langle -3, 3 \rangle}$.

Nulová hladina je kardioida. Tečkovaná úsečka protíná (při postupu zleva doprava) po řadě c -hladiny s $c = 20, 10, 0, -10, -20, -25, -26, -25, -20, -10, 0, 10, 20$; $F(3, 0) = \min F = -27$.

Vyznačeny jsou body odpovídající singulárnímu bodu $(0, 0)$, bodu c a minimu $-27 = F(3, 0)$.

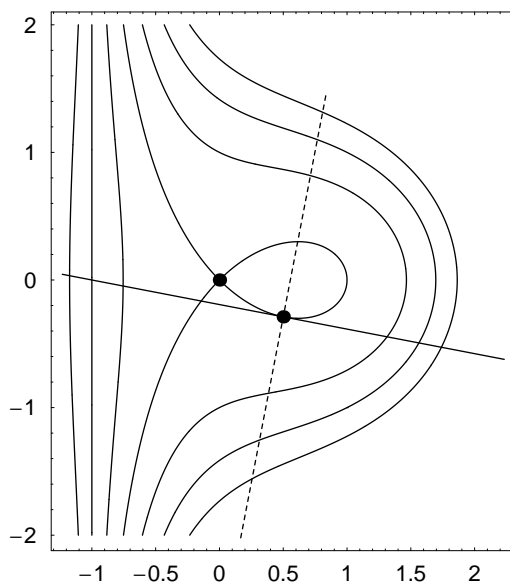
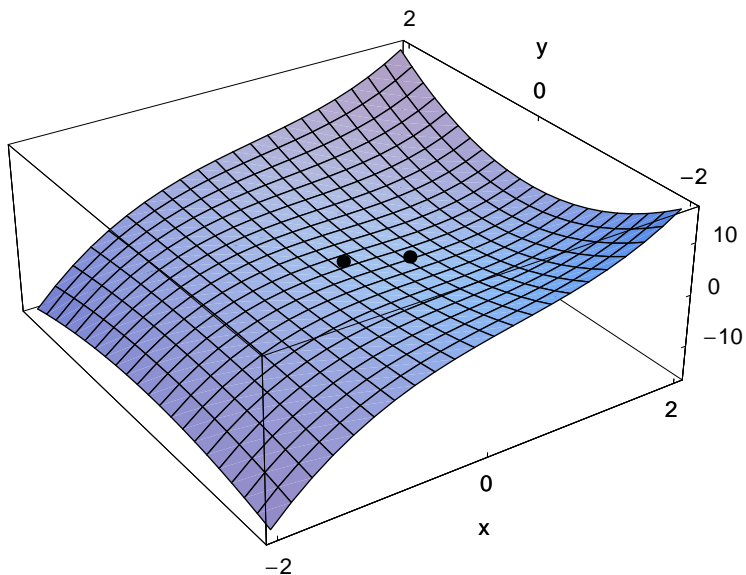


Cvičení 16.82 na str. 167

$$F(x, y) = (x + 1)y^2 + (x - 1)x^2, \quad c = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\sqrt{3}\right). \quad \text{Graf } F|_{(-2, 2)^2}.$$

Normála (při postupu zleva doprava) protíná po řadě c -hladiny s $c = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 0, 1, 2, 3$.

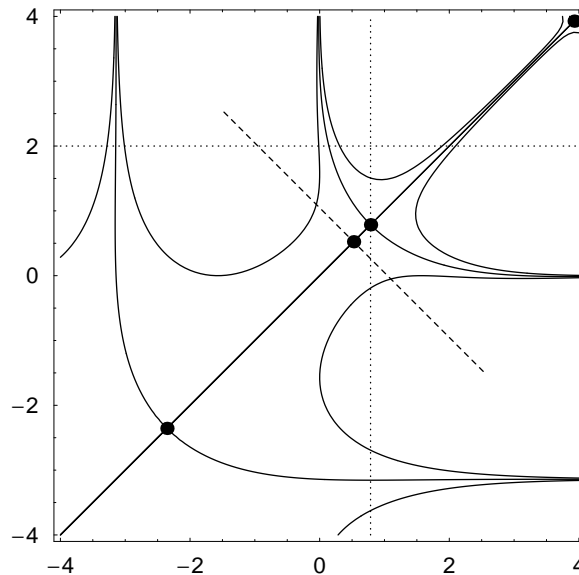
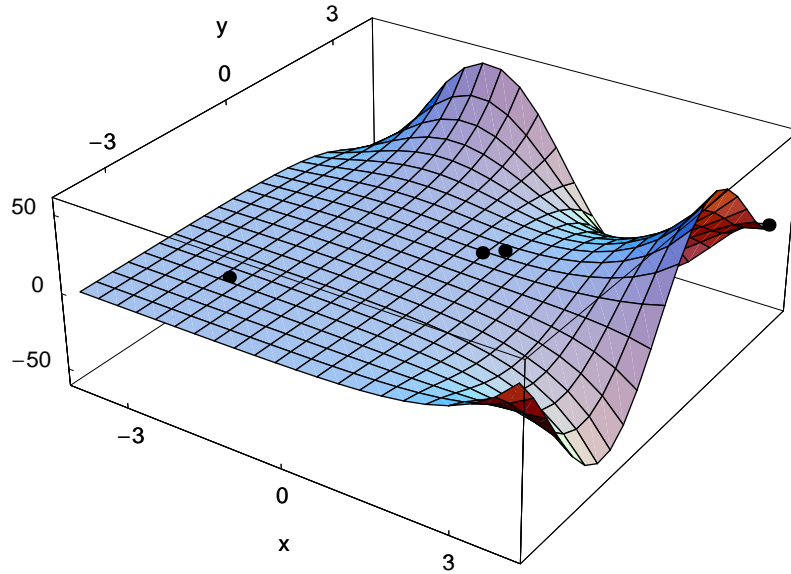
Vyznačen je singulární bod $(0, 0)$ a bod c .



Cvičení 16.83 na str. 167

$$F(x, y) = e^x \sin y - e^y \sin x, \quad c = \left(\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{6}\pi\right). \quad \text{Graf } F|_{\langle -4, 4 \rangle^2}.$$

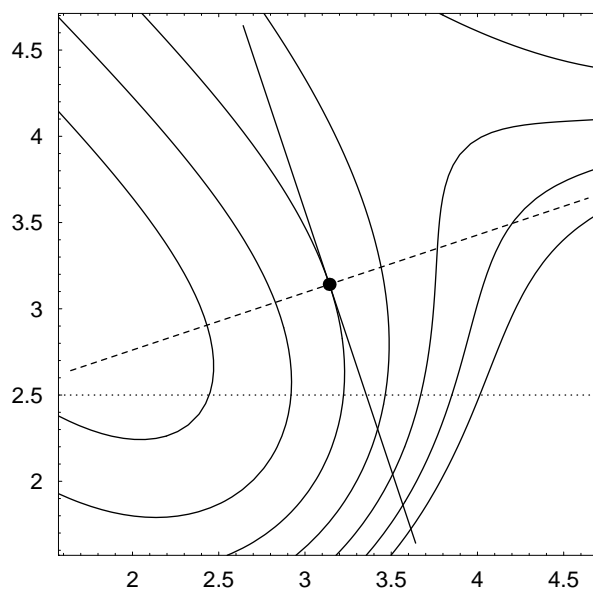
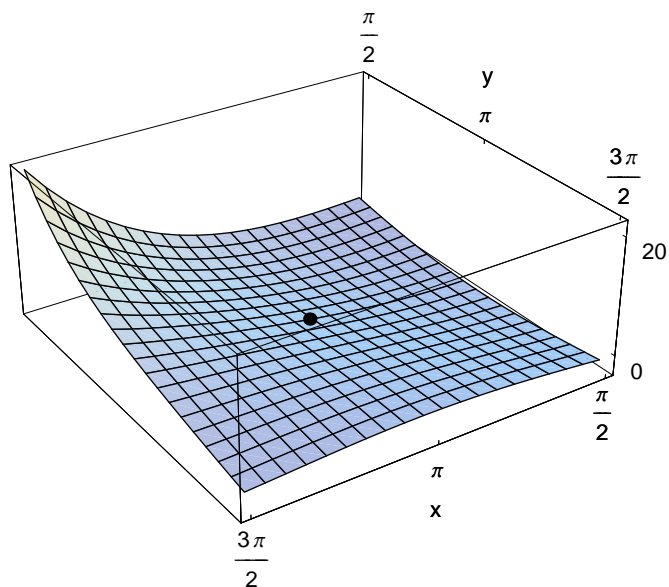
Přímka $y = x$ je částí 0-hladiny, která se rozvětňuje v singulárních bodech $(-\frac{3}{4}\pi, -\frac{3}{4}\pi)$, $(\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi)$ a $(\frac{5}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi)$ (vyznačených spolu s bodem c na obrázcích). Úsečka $y = 2$ protíná (zleva doprava) po řadě c -hladiny s $c = -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1$, úsečka $x = \frac{1}{4}\pi$ (shora dolů) c -hladiny s $c = -1, 0, -1, -1, 0, 1$.



Cvičení 16.84 na str. 167

$$F(x, y) = e^{x-y} + 2 \sin(x+y) - 1, \quad c = (\pi, \pi). \quad \text{Graf } F|_{\langle \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi \rangle^2}.$$

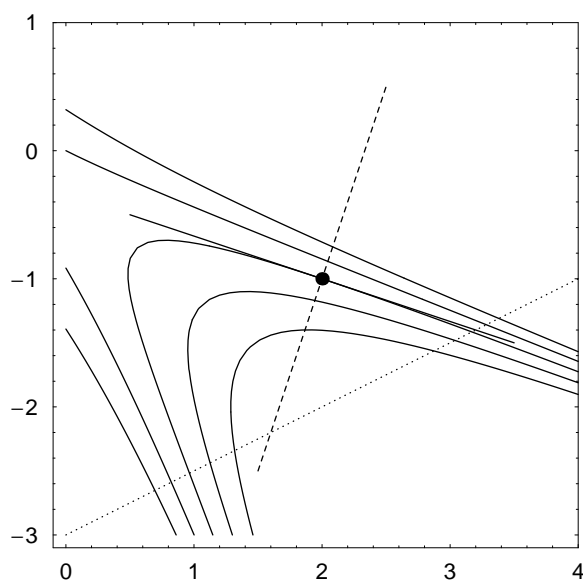
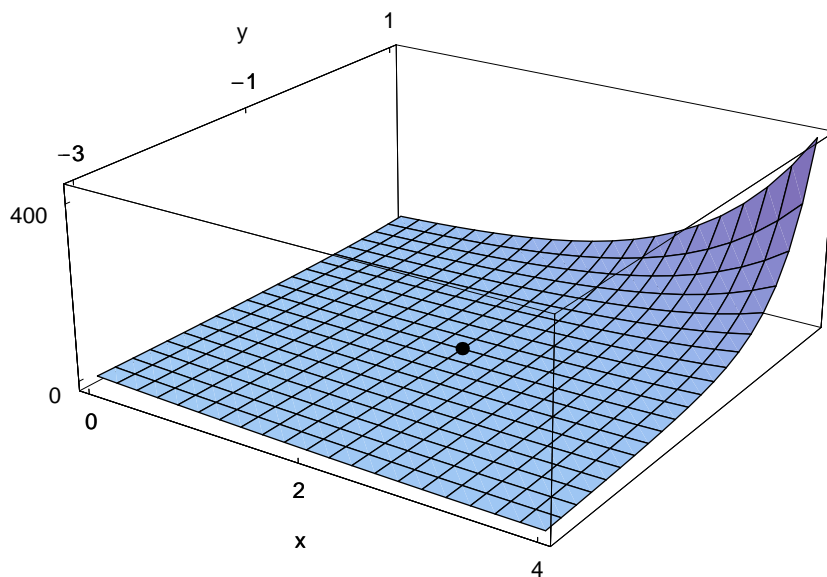
Úsečka $y = 2.5$ protíná (počítáno zleva doprava) po řadě c -hladin s $c = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$; oblouk vpravo nahoře je částí 1-hladiny.



Cvičení 16.85 na str. 167

$$F(x, y) = e^{x+2y} + x^2 + 3xy + y^2, \quad c = (2, -1). \quad \text{Graf } F|_{\langle 0, 4 \rangle \times \langle -3, 1 \rangle}.$$

Úsečka $y = \frac{1}{2}x - 3$ (zleva doprava) protíná po řadě c -hladin s $c = -2, -1, 0, 1, 2, 2, 1, 0, -1, -2$.



Cvičení 16.96 na str. 168

$F(x, y, z) = (x/4)^2 + (y/3)^2 + (z/2)^2 - 1$, $c = (\sqrt{6}, \frac{3}{4}\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Graf $F|_{\langle -4, 4 \rangle \times \langle -3, 3 \rangle \times \langle -2, 2 \rangle}$.

Nulová hladina je elipsoid s délkou poloos 4,3,2.

